

waves in point  $B$ , that is, the shift of the interference fringes takes place. The phase difference between the interfering waves in point  $B$  can be specified as follows: in the ideal interferometer design and stationary liquid, the phase difference equals zero. The phase difference between these waves appears only because of the fluid motion. The wave delay time whose direction is opposite to the direction of the water flow towards the wave, propagating in the direction of the flow can be defined with the magnification factor.

$$\Delta t = \frac{l}{\frac{c}{n} - v(1 - \frac{1}{n^2})} - \frac{l}{\frac{c}{n} + v(1 - \frac{1}{n^2})}$$

This expression with accuracy of members containing a multiplier ( $2\delta^2$ ) can be reduced to

$$\Delta t = -\frac{4lv\delta}{c^2},$$

where for path difference  $\Delta l$  and phase difference  $\Delta\phi$ , we obtain the following expressions:

$$\Delta l = c\Delta t = -\frac{4lv\delta}{c}, \quad (16)$$

$$\Delta\phi = \Delta l \frac{2\pi}{\lambda} = -\frac{8\pi lv\delta}{c\lambda}. \quad (17)$$

Having specified the phase difference from the experiment, it is possible to calculate the magnification factor by expression (17).

**Conclusions.** X-ray physics experiments were developed analogous to the Sagnac and Michelson - Gale experiments, as well as the optical range Fizeau experiment, permitting an observation of the influence of moving media and sources on X-ray interference patterns.

### References

- [1] Sagnac M.G. J. de Phys. -1914.-Vol. 4. - P. 177-181.
- [2] Michelson A.A. & Gale H.G. Astr. J. -1925. - Vol. 61.- P. 140 -152.
- [3] Zommerfeld A. Optics, M., Pub. House L. - 1953 (in Russian).
- [4] Drmeyan G.R. Izv. NAS Armenia and SEUA. Ser. tech. nauk, - 2003.-Vol. 56. - P. 118-123 (in Russian).
- [5] Deslattes R.D. J. Appl. Phys. Letters. -1968.- Vol. 12.- P.133 -135.
- [6] Cotterill R.M. J. Appl. Phys. Letters. -1968. - Vol. 12.- P. 403 - 404.
- [7] Rostomyan A.G., Bezirganyan P.A. Izv. NAS Arm.SSR. Physics.-1979.- Vol. 64. - P. 228 -233 (in Russian).
- [8] Aboyan A.H., Khzardzhyan A.A. Phys. Stat. sol. (a). -1991.- Vol. 127.- P. 9 - 21.
- [9] Bezirganyan P.A., Eiramshyan F.O. and Truni K.G. Phys. Stat.sol.(a).-1973.-Vol. 20.- P. 611-618.

**Саранчин А.И.**

*доцент МГУ им. адм. Г.И. Невельского  
Линейцева А.А. начальник отдела ДВТУ*

## ПРЕЦЕССИЯ И НУТАЦИЯ УПРУГОЙ ЗЕМЛИ

*Ключевые слова: кинетический момент, система отсчета, плоскость эклиптики, прецессия, нутация, момент центробежных сил, нутация Чендлера.*

### 1. Непредсказуемость некоторых гармоник вращения Земли

В докладе «Нутация неупругой Земли» (2003 г.) одного из ведущих сотрудников международного коллектива по разработке Европейской навигационной системы GALILEO д-ра В.Е. Жарова отмечается, что в изучении этого вопроса достигнуты значительные успехи. Однако существует гармоника, так называемая, почти суточная нутация, которая вносит наибольшую погрешность в теоретические расчеты. Генеральная Ассамблея Международного астрономического союза (МАС) настоятельно рекомендовала обратить особое внимание на исследования непредсказуемой почти суточной нутации, и даже указывала, что решение проблемы необходимо искать в рамках теории гироскопа [2].

Происхождение данной гармоник неизвестно, однако теория гироскопа, исходя из некоторых начальных измерений, позволяет произвести расчеты. Приведем выдержку из наиболее часто встречающейся трактовки, оставив

свою нумерацию: «Полюс мира, который определяет ось вращения, немного отличается от геометрического полюса, который лежит на оси симметрии... С помощью астрономических измерений можно определить относительную скорость полюса, которая по теории равна

$$p = \frac{C-A}{A}n, \quad (1)$$

где  $n$  –угловая скорости собственного вращения

[ $A$  и  $C$  – экваториальный и угловой моменты инерции (обозначения из оригинала)].

Наблюдения, проведенные между 1890 и 1895 годами, показали, что величина периода, по определению Чендлера, была равна около 428 дням [подтверждается современными наблюдениями]. Было также показано, что угол между осями имеет порядок  $0,1''$ , что соответствует около  $4$  м на полюсе. Однако другие наблюдения [расчеты] показали, что моменты инерции Земли имеют соотношение

$$\frac{C-A}{A} \approx \frac{1}{304}, \quad (2)$$

откуда следует, что один период должен занимать только 304 дня [при использовании в расчетах элементов референц-эллипсоида Красовского – 305 суток]. Это расхождение между теорией и наблюдениями, как показал Ньюкомб, является следствием пренебрежения упругостью Земли.

Рассмотренное выше движение Земли называется Эйлеровым движением и соответствует в теории гироскопов движению без действия сил» [1].

Цитата указывает на явный выбор эйлеровой системы координат. Очевидно, что в качестве неподвижных координат использованы оси эклиптики, а Земля – гироскоп, то есть подвижная система координат. Апостериори уравнения Эйлера при отсутствии внешних сил должны удовлетворять ее движению. Однако, как выше показано, в этом случае наша планета не является свободным гироскопом, о чем говорят вторые члены уравнений Эйлера, представляющие собой моменты сил. Как раз они и использованы для расчета почти суточной нутации. Однако результат, полученный с помощью этих уравнений, не соответствует факту.

Из приведенной цитаты следует, что Ньюкомб обосновал влияние неупругости Земли на период почти суточной нутации. Обычно при этом ссылаются на его работу 1892 года. Однако дальнейшие исследования этой работы убеждают, что она не выдерживают критики и не доказывают заявленного объяснения [3]. Таким образом высказывание Ньюкомба так и остается предположением или гипотезой. К сожалению других обоснований или, хотя бы, предположений нет, поэтому нынешние теоретические расчеты, в большой степени, основаны на гипотезе Ньюкомба.

Влияние не упругости Земли отрицать нельзя ввиду ее очевидности, хотя бы из-за наличия атмосферы и океана. Однако вряд ли это влияние определяющее как раз ввиду этих факторов.

Существует еще одна гармоника в нутации Земли, равная примерно 9". Это самая большая по амплитуде гармоника, поэтому она является основной. Ее появление среди параметров вращения планеты вообще не имеет никакого теоретического объяснения, хотя по некоторым признакам понятно, что она возникла от влияния гравитационного поля Луны.

Для объяснения разницы между наблюдаемыми и предсказанными гармониками в 1994 году решением Международного астрономического союза (МАС) и Международного союза геодезии и геофизики была создана рабочая группа под названием “Non-rigid Earth Nutation Theori” («Нутация неупругой Земли»), задачей которой была разработка новой теории нутации и прецессии Земли [2]. Результатом работы группы стал значительный прогресс, и точность теории повысилась на порядок.

Параллельно подобные работы проводятся и в других странах [2].

## 2. Подвес Земли. Выбор систем координат

При исследовании гироскопических явлений сложилась естественная и привычная практика: наблюдатель находится в неподвижной системе координат, из которой и следит за движением гироскопа. Начиная с основополагающих работ Эйлера, за неподвижную систему выбираются координаты, связанные с Землей. В нашем же случае сама Земля является гироскопом и наблюдатель находится на нем. Поэтому оказалось удобным связать ось вращения Земли с инерциальными координатами. Ось фигуры при этом отклонена от этого положения, как следует из уравнений Эйлера. Видимо по этой причине в общих чертах все исследования о непредсказуемых гармониках нутации Земли придерживаются примерно одинакового алгоритма. Согласно ему не подвергается сомнению правильность применения теории гироскопа. Далее принимается, что все отклонения от рассчитанных по этой теории значений вносятся особенностями строения Земли. В конечном итоге ее модель «подгоняют» под гипотетическое высказывание Ньюкомба. Очевидно, что это модель должна быть исключительно сложной (и потому маловероятной), поскольку погрешность в расчете, например, периода той же гармонике Чэндлера составляет более 40 %. Мало того, те силы и их моменты, которые вероятней всего могут оказать влияние на особенности вращения планеты, вообще исключаются из рассмотрения. В первую очередь это касается центробежных моментов, которые признаны настолько незначительными, что ими можно пренебречь с целью упрощения [2].

Вопрос о возможности существования свободной нутации Земли был поставлен во второй половине 19 века лордом Кельвином. В нашем понимании наличие нутации говорит не о свободном вращении, а о вращении или под действием момента внешних сил, или о вращении по инерции неуравновешенного гироскопа. Формулы (1) и (2) соответствуют последнему из названных движений. Как известно в этом случае характер движения зависит от распределения масс относительно точки подвеса. По этой причине рассмотрим подвес планеты, обеспечивающий вращение по инерции. Естественно, в этом случае влияние Солнца, Луны и других планет на первых порах исключим из рассмотрения. Таким образом, надо выяснить является ли почти суточная нутация Земли признаком регулярной прецессии, а в связи с этим – правомерно ли использование решения Эйлера для ее исследования.

Применительно к планете вопрос о ее подвесе на первый взгляд звучит странно. Считается, что Земля вращается в инерциальном пространстве по инерции, то есть конструктивно не имеет подвеса. И тут же возникает противоречие: тогда она должна быть свободным гироскопом (частный случай вращения по инерции), следовательно, без действия

сил ее ось симметрии должна совпадать с осью вращения. Однако в этом случае без влияния небесных тел система координат, связанная с ее осью вращения, становится инерциальной системой, то есть применять к ее вращению уравнения Эйлера, а значит и выражения (1) и (2), нельзя.

Вопрос о том, можно ли считать Землю инерциальной системой отсчета (ИСО) ставился еще А. Эйнштейном [4]. Ее вращение, в принципе, не является препятствием к этому, так как если бы она была свободным гироскопом, то ее ось вращения была бы неподвижной в инерциальных координатах. В конечном итоге при решении задач физики было доказано, что наша планета не может приниматься за ИСО. Рассмотрим этот вопрос с точки зрения теории гироскопа.

Согласно закону всемирного тяготения Земля, как и любая планета, постоянно находится в свободном падении на Солнце. В соответствии с принципом эквивалентности гравитации и инерции система координат, связанная со свободно падающим телом, неотличима от инерциальной. В этом смысле подвес такого гироскопа, как Земля идеален. Его ось вращения, то есть динамическая ось, является главной, центральной осью и гироскоп является свободным. Подчеркнем: в отличие от Эйлера гироскопа наша планета с точки зрения подвеса является свободным гироскопом, что следует, как видим, из общей теории относительности. Таким образом, уравнения Эйлера без воздействия внешних сил (без составляющих правой части) не применимы для этого случая. Остается только вторая причина – Земля не свободный гироскоп вследствие действия

на нее моментов внешних сил. Задача упрощается, поскольку ограничивается только поиском этих моментов, к чему и перейдем. Однако для упрощения вопроса обоснуем выбор системы отсчета.

### 3. Система отсчета Земля-Луна

Земля и Луна вращаются вокруг общего центра масс ЦМ, расположенного на линии  $L - O$  под поверхностью Земли (рис. 1). Данное вращение обусловлено вращением Луны вокруг Земли. Вектор угловой скорости  $\omega_c$  вращения системы направлен по линии  $X$ , близкой к оси  $X_0$  эклиптики (ниже приведем обоснования этих утверждений). Кроме того каждое из тел имеет собственное вращение. Земля вращается вокруг собственной оси  $x$  с угловой скоростью  $\omega_{\otimes}$  – суточное вращение. Ось Земли наклонена к плоскости эклиптики на угол  $\delta_0$ . Луна, будучи повернутой одной стороной к Земле, имеет мгновенную угловую скорость вращения вокруг собственной оси также близкую к угловой скорости  $\omega_c$  системы. Силы  $F$  гравитационного взаимодействия между Землей и Луной направлены по линии  $L - O$ .

*Точка ЦМ является центром подвеса системы Земля-Луна.*

Масса Земли многократно превосходит массу Луны, поэтому во вращении всей системы играет определяющую роль. Благодаря этому вращение системы происходит вокруг  $X_0$  эклиптики. В то же время Луна своим притяжением отклоняет мгновенную ось в положение  $X$ . В результате мгновенная ось описывает в пространстве некоторую траекторию 1.

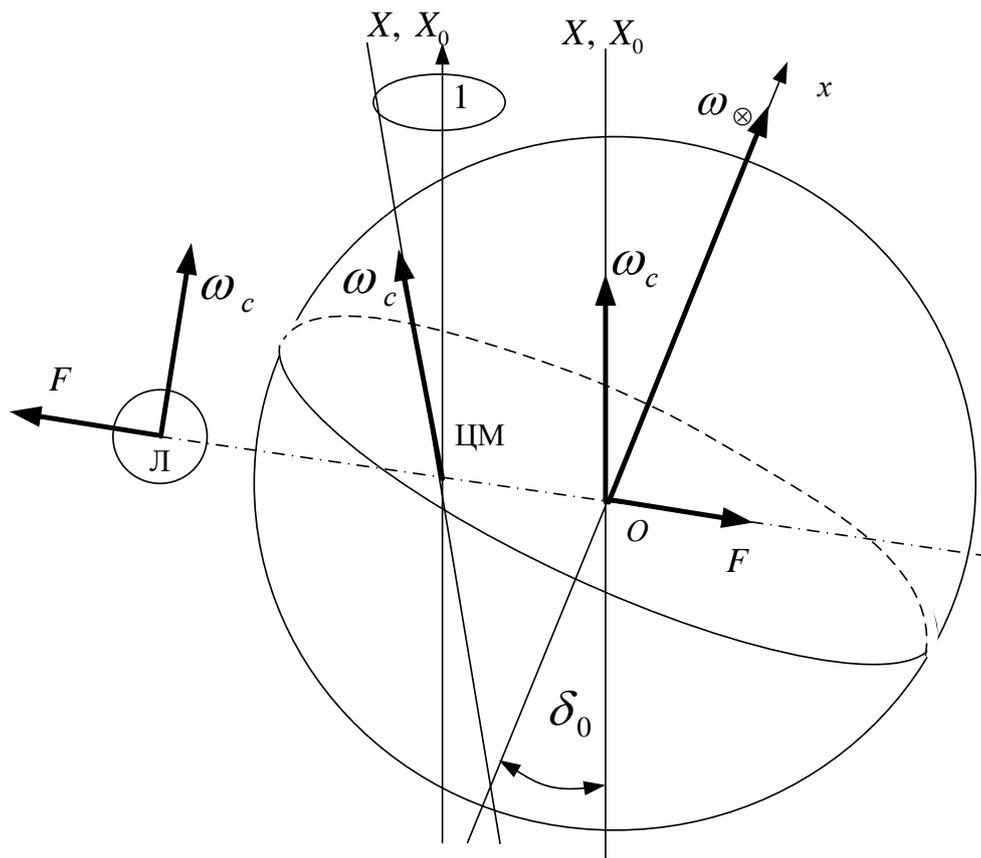


Рис. 1

Плоскость орбиты Луны в общем случае не совпадает с плоскостью эклиптики и отклонена от нее на максимальный угол несколько более  $5^\circ$ . Причем эта орбита вращается в инерциальном пространстве с периодом 18,6 года. На рис. 2 показано, как это явление проявляется в инерциальных координатах и в координатах Зеили.

На рис. 2а) показано вращение орбиты Луны в инерциальном пространстве. За полный период орбита совершает один оборот вокруг линии, параллельной оси эклиптики  $X_0$ , а сама Луна находится в пределах пояса  $\pm 5^\circ$  от плоскости

эклиптики. Таким образом с учетом большой инерционности системы вращения обоих тел в ней происходит вокруг оси  $X_0$ , параллельной оси эклиптики. Дополнительно общий кинетический момент системы увеличивается вследствие ее вращения вокруг Солнца относительно той же оси. Таким образом система в целом и каждое из тел имеют собственные кинетические моменты, собственные и общие оси вращения и соответствующее распределение масс относительно этих осей.

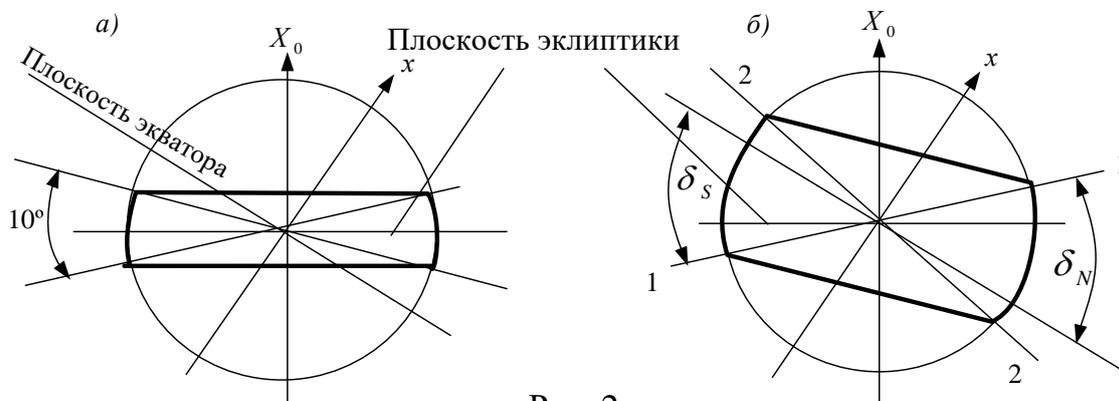


Рис. 2

По-другому это явление наблюдается на Земле, что можно проследить по рис. 2б). За

полный оборот орбиты склонение Луны меняется от максимального северного  $\delta_N$ , когда плоскость ее



Земля-Луна и собственному суточному движению. В данном случае это не прямое, а опосредованное влияние Солнца. Прямое гравитационное воздействие вызывает другие гармоники, которые не связаны с гироскопией и здесь не рассматриваются.

Очевидно, что полученное значение периода почти суточной нутации отличается от реально наблюдаемого менее чем на 3 %, что на порядок превосходит расчеты, полученные из уравнений Эйлера. Его увеличение может происходить от влияния жидкой поверхности Мирового океана, газообразной атмосферы, жидкого ядра Земли и т. д., то есть составляющих неупругости планеты. Не учтен здесь и момент внешних сил, прилагаемых Солнцем и Луной к экваториальному земному утолщению. Могут влиять и другие факторы, которые благодаря предлагаемому подходу можно будет обнаружить. Ось собственного вращения планеты не совпадает с осью ее суммарной угловой скорости.

Таким образом, наша планета находится под влиянием постоянно действующего момента внешних сил, вызванного ее движением по орбите и вращением системы Земля-Луна. Это обстоятельство накладывает отпечаток на движение Земли, который не исчерпывается только почти суточной нутацией.

### 5. Прецессионное движение Земли

На рис. 4 схематично изображен земной шар в привычном для гироскопии положении. Его главная ось отклонена от оси  $X_0$  эклиптики на известный угол  $\delta_0$ . Земля, вращаясь вокруг собственной оси, одновременно совершает суточное вращение и относительно оси орбиты. Возникающий вследствие этого движения момент  $L_y$  центробежных сил  $F$  является внешним моментом. На рис. 4а) с целью упрощения (здесь и далее) показана только одна пара сил. Под действием  $L_y$  происходит движение оси  $x$  на

некоторый угол  $\beta$  в сторону уменьшения угла  $\delta_0$ , что приводит к соответствующему изменению кинетического момента на пропорциональную величину  $\Delta H_1$ . В результате её сложения с собственным кинетическим моментом

$$\dot{H}_1 = \dot{H} + \Delta \dot{H}_1 \quad (5)$$

возникла новая ось вращения  $x_1$ . Относительно оси  $x_1$  также образуются центробежные силы  $F_1$  (рис. 4б), которые образуют первичный момент  $R_{z1}$  реакции гироскопа (момент центробежных сил). Момент  $R_{z1}$  разворачивает планету на угол  $\alpha = \beta$ , то есть происходит прецессионное движение. С точки зрения прикладной теории вектор  $H$  стремится совместиться с моментом  $L_y$  внешних сил.

От данного движения также произошло изменение кинетического момента на величину  $\Delta H_2$  и возникла новая ось вращения  $x_2$ . Относительно нее возникли центробежные силы  $F_2$ , образовавшие вторичный момент центробежных сил  $R_{y2}$ , компенсирующий действие момента  $L_y$ .

Таким образом прецессия происходит в плоскости, перпендикулярной плоскости осей  $X_0$  и  $x$ . Благодаря рисунку 4 имеются все данные для составления уравнений движения Земли в соответствии с уравнениями динамики твердого тела. По экваториальным осям действуют моменты

$$\begin{aligned} J_3 \ddot{\alpha} - R_{z1} &= 0 \\ J_3 \ddot{\beta} - R_{y2} &= -L_y \end{aligned} \quad (6)$$

или в развернутом виде

$$\begin{aligned} J_3 \ddot{\alpha} - 2(J_0 - J_3)\Omega^2 \sin 2\alpha &= 0 \\ J_3 \ddot{\beta} - 2(J_0 - J_3)\beta\Omega^2 \sin 2\beta &= -(J_0 - J_3)\Omega^2 \sin 2\delta_0. \end{aligned} \quad (7)$$

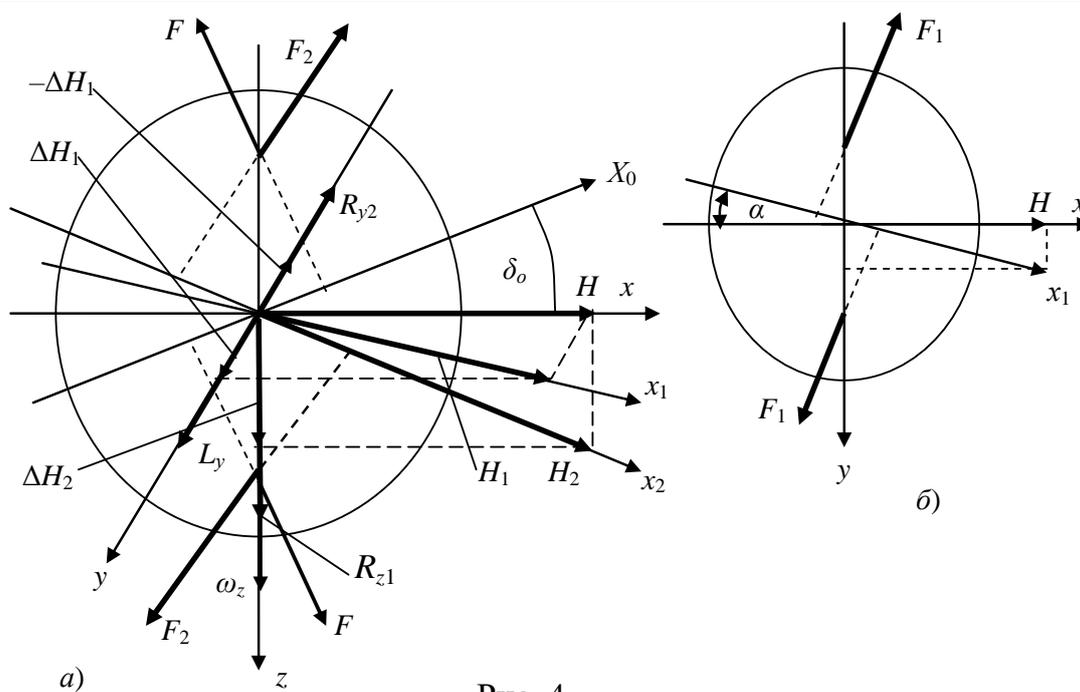


Рис. 4

Особенности уравнений в том, что, во-первых, момент внешних сил и моменты реакции гироскопа одного и того же инерционного происхождения, во-вторых, гироскоп со всей системой моментов сил движется с постоянным углом  $\delta_o$ . Те из моментов, которые не содержат производных, являются моментами центробежных сил. Положение равновесия такого гироскопа очевидно:

$$\beta_r = \delta_o = const. \quad (8)$$

При показанном на рисунках 3 и 4 действии момента  $L_y$ , внешних сил прецессия должна происходить в плоскости, перпендикулярной плоскости  $OX_0x$ . Момент  $R_{z1}$  поворачивает главную ось в сторону новой оси вращения  $x_1$ , или, согласно второму свойству гироскопа по прикладной теории, полюс гироскопа стремиться к полюсу силы. В этом случае главная ось в конечном итоге должна прийти в позицию, близкую к плоскости эклиптики и момент  $L_y$  исчезнет. Такое положение, в частности, занимает ось вращения Урана. Существует версия, что ось вращения этой планеты сместилась вследствие столкновения с небесным телом соизмеримой массы. Такое событие вполне вероятно. Однако и указанное выше прецессионное движение могло привести к такому результату. Сейчас же сосредоточимся на том, почему такое явление не происходит с нашей Землей.

Движение в направлении оси  $y$  действительно происходит под действием первичного момента  $R_{z1}$ , однако, это приводит к изменению суммарного угла между осями Земли и эклиптики, во-первых он увеличивается, во-вторых меняет свою плоскость. Благодаря этому происходит формирование

вторичного момента  $R_{y2}$ , компенсирующего влияние момента центробежных сил  $L_y$ . Все это осуществляется в точке касания оси  $X$  траектории 1, показанной на рис. 1. Так образуется аксоид с угловым радиусом  $r_1$ , который играет разные роли в системе Земля-Луна и для гироскопа Земли.

В названной системе Земля играет определяющую роль. Она имеет большую массу, высокую скорость собственного вращения и форму, сжатую с полюсов. Благодаря этим особенностям создаются значительные моменты центробежных сил, уменьшающие угол аксоида до значения  $r_1$ . В системе Земля-Луна данный аксоид представляет собой *полодию*. *Герполодией* является орбита Земли и всей системы. Если наблюдателя поместить на оси в плоскости эклиптики так, чтобы ее геометрический центр оказался в створе с центром Земли, то можно будет увидеть, что плоскости осей  $X_0$  и  $x$  пересекаются под некоторым углом  $r_1$  (рис. 5).

Для гироскопа Земли данный аксоид представляет собой *герполодию*, внутри которой катится *полодия*, с углом нутации  $r$ , равным угловому радиусу почти суточной нутации.

Угол  $r_1$  полностью определяется отношением кинетических моментов  $\Delta H_1$  и  $H \cos \delta_o$ . Первый из них может быть найден на заданное время одного оборота Земли по теореме о кинетическом моменте. Второй – представляет собой проекцию кинетического момента Земли на ось  $X_0$ . Примем угловую скорость вращения Земли  $\omega_\otimes = \frac{2\pi}{365}$ . Тогда названное соотношение выразится в виде известного в прикладной теории уравнения, в соответствии с которым и с учетом (3a) получим

$$r_1 = \frac{L_y}{H} t = t \left( \frac{J_0 - J_3}{J_0} \right) \omega \otimes \sin 2 \delta_0 = \frac{360^\circ \cdot 3600''}{418 \cdot 365} \approx 8,5'', \quad (9)$$

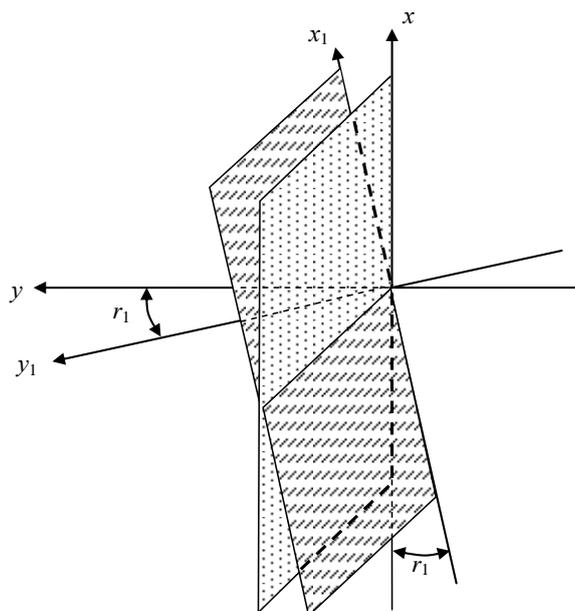


Рис. 5

Близкая по величине гармоника, равная приблизительно 9", во вращении Земли присутствует. Значение данного угла в наклоне составляет 9,26", по долготе – около 19,5".

Уравнение (9) не учитывает момента сил от гравитационного действия Луны и Солнца. Однако можно увидеть, что колебания момента  $L_y$  совпадают с полугодовыми колебаниями от гравитационного воздействия Солнца. В качестве вывода по этой части можно отметить, что в целом 9-ти секундная нутация возникает в первую

очередь от гравитационных сил Луны, а также от суммарного воздействия Солнца и моментов центробежных сил.

Объединим рисунки 1 и 3, получим рис. 6. Из него видно, что первичный момент  $R_{z1}$  центробежных сил непосредственно вызывающий прецессию, дает проекцию на ось  $X_0$  всей системы, то есть момент  $R_{x0}$ . Данный момент вызывает прецессию всей системы, которая осуществляется как качение полоиды, с угловым радиусом  $r_1$ .

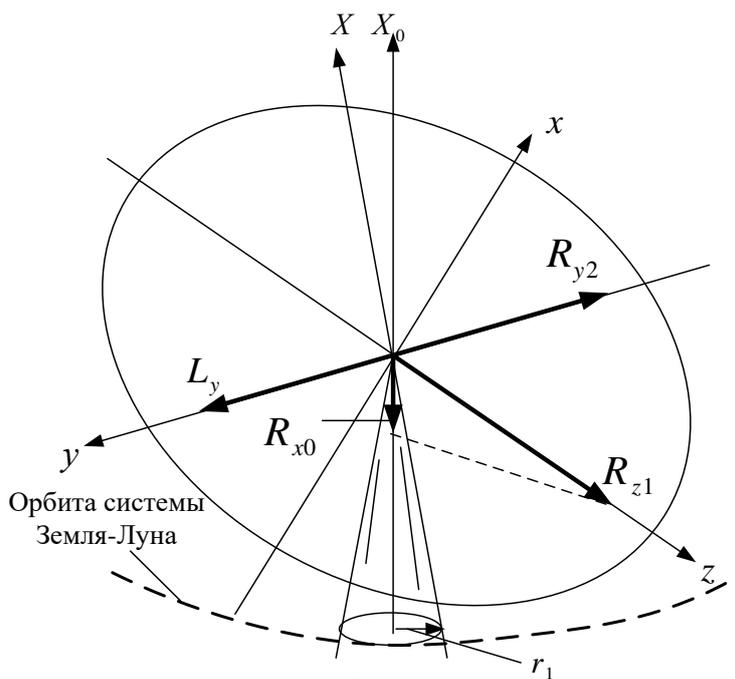


Рис. 6

Из рис. 1 и из данного рисунка видно, что именно Луна создает тот «косой удар», но действующий постоянно, который по расчетам должен вызывать названные гармоники [3]. Прецессия происходит таким образом, что день весеннего равноденствия, принадлежащий орбите, перемещается от точки Овна, принадлежащей эклиптике, в сторону зимних месяцев.

Известно, что один период нутации соответствует одному шагу прецессии. Полный шаг прецессии согласно расчетам (4) происходит за 418 суток и составляет

$$\omega_{px0}t = 2\pi r_1 \approx 54'' \quad (10)$$

или 46,3'' в год. Наиболее точная в настоящее время теория нутации Земли МАС-2000 определяет годовое значение прецессии в 50,3''. Напомним, что такое значение – результат действия рассматриваемого момента и моментов от действия Луны и Солнца. При совместном действии этих моментов и влияния атмосферы, океана и других факторов, объединенных понятием неупругости Земли, интегрированная величина наибольшей гармоники составляет 9,2''. В расчете на среднее значение почти суточной нутации в 420 суток, получим

$$2\pi r_1 \approx \frac{9,2 \cdot 6,28 \cdot 365}{420} \approx 50,3 [''/\text{год}]. \quad (11)$$

Итак, данное движение является прецессией системы Земля-Луна. В начале 20-го века это явление А. Эйнштейн назвал прецессией орбиты [4]. Земля участвует в этом движении только в составе системы. Как она движется, будучи отдельным гироскопом, рассмотрим ниже.

Полный расчетный цикл (период) прецессии системы Земля-Луна, то есть время, за которое точка весеннего равноденствия совершит полный оборот в инерциальном пространстве, составляет

$$t_p = \frac{360 \cdot 60 \cdot 60}{50,3} \approx 25600 \text{ лет}. \quad (12)$$

Алгоритм рассмотренного прецессионного движения.

1. Наибольшая, то есть 9-ти секундная, гармоника в системе создает Луна. Это является условием для возникновения прецессии системы Земля-Луна.

2. Земля, доминирующая гироскопическими свойствами, вызывает прецессию всей системы. При этом конус названной гармоники является полюсией. Герполоидией является орбита системы.

3. Прецессия, это качение полюсией по герполоидии [5]. Качение совершает вся система. Главная ось Земли отклонена от оси прецессии на 9 секунд и удерживается в этом положении действием Луны. Полный шаг прецессии равен периоду почти суточной нутации. А период 9-ти секундной нутации равен обороту орбиты Луны.

Эти выводы, особенно последний пункт, требуют подтверждений расчетами.

## 6. О некоторых особенностях вращения Земли

Для дополнительного доказательства связи рассматриваемых гармоник с действием Луны, то есть с вращением системы Земля-Луна, и обоснования представленного выше алгоритма решим обратные задачи.

Рассчитаем частоту  $n \cos \delta_0$  колебаний оси Земли (в проекции на ось наблюдения), имея в виду, что углы между рассматриваемые векторами значительны

$$n = \frac{1}{365 \cos \delta_0} \sqrt{\frac{(J_0 - J_3)}{J_3}} \sin 2 \delta_0 \cdot \frac{418}{365} = \frac{1}{18,7} \left[ \frac{1}{\text{год}} \right]. \quad (13)$$

Расчетный период наибольшей гармоники движения Земли, выраженный в количестве колебаний почти суточной нутации, составляет 16,4 колебаний. Последний коэффициент в правой части позволяет выразить это значение в земных годах – 18,7 года. Уравнение упрощается, если  $n$  поделить на этот же коэффициент

$$n = \frac{1}{418 \cos \delta_0} \sqrt{\frac{(J_0 - J_3)}{J_3}} \sin 2 \delta_0 = \frac{1}{18,7} \left[ \frac{1}{\text{год}} \right]. \quad (14)$$

Расчетный период вызванной Луной гармоники составляет 18,7 года. Фактический период от суммарного действия моментов равен 18,61 года. Это время прохождения оси планеты по 9-ти секундной герполоиде. В то же время период, равный 418 суткам является нутацией. Большая инерционность и большой собственный кинетический момент делают положение оси  $x$  Земли более устойчивой.

При больших внешних моментах и углах рассогласования главной и динамической осей движение разделяется на вращение по окружности, в данном случае качение полюсией по герполоиде, то есть прецессию и нутацию. В этом случае относительно оси полюсией также действует момент центробежных сил, с помощью которого по аналогии с уравнением (4) получим значение угла почти суточной нутации

$$r = \frac{(J_0 - J_3)}{J_0} 2r_1 \approx 0,06''. \quad (15)$$

Амплитуда почти суточной нутации изменяется в пределах от 0,03'' до 0,1'' [3]. Таким образом, величина (15) приблизительно соответствует значению, однако, близкая к 0,1'' действует наиболее длительное время.

Выражение (15) также говорит о том, что в пределах девятисекундной гармоники (рис. 6) дополнительно существует вторичное прецессионно-нутационное движение. Ось Земли совершает нутацию Чендлера, описывая полюсией.

В качестве заключения можно отметить. Найдены причины возникновения наибольшей 9-ти секундной и почти суточной нутации вращения Земли, то есть решить задачи более 200-летней и 100-летней давности, а также еще более старую проблему прецессии нашей планеты. Этому способствовали внесенные в теорию гироскопа поправки, приводящие ее в более полное соответствие с механикой.

#### Литература

1. Арнольд Р.Н., Мондер М. Гиродинамика и ее техническое применение. – М.: Машиностроение, 1964. – 468 с.

2. Жаров В.Е. Нутация неупругой Земли. <http://www.astronet.ru/db/forums/1195760/tree/annot>

3. Михайлов А.А. Земля и ее вращение. – М.: Наука, 1981, 80 с.

4. Гинзбург В. Л. О теории относительности: Сб. статей. – М.: Наука, 1979, – 240 с.

5. Саранчин А.И. Гироскоп от волчка до Вселенной. Монография. – Владивосток: МГУ им. адм. Г.И. Невельского, 2019 – 446 с.

6. Саранчин А.И. Гироскоп от волчка до Вселенной. Монография. eLIBRARY ID: 41107757 <https://elibrary.ru/item.asp?id=41107757>

**Yurov V.M.**

*Candidate of phys.-mat. sciences, associate professor  
Karaganda State University named after E.A. Buketov,  
Kazakhstan, Karaganda*

**Guchenko S.A.**

*PhD student*

**Makhanov K.M.**

*Karaganda State University named after E.A. Buketov,  
Kazakhstan, Karaganda*

## APPLICATION OF STRENGTHENING COATINGS ON TURBINE BLADES

**Юров В.М.**

*кандидат физ.-мат. наук, доцент  
Карагандинский государственный университет имени Е.А. Букетова,  
Казахстан, Караганда*

**Гученко С.А.**

*докторант PhD*

**Маханов К.М.**

*кандидат физ.-мат. наук, доцент  
Карагандинский государственный университет имени Е.А. Букетова,  
Казахстан, Караганда*

## НАНЕСЕНИЕ УПРОЧНЯЮЩИХ ПОКРЫТИЙ НА ТУРБИННЫЕ ЛОПАТКИ

**Summary.** The work considers the application of ion-plasma coatings on turbine blades. It has been experimentally shown that ion irradiation with a nitrogen coating leads to an increase in microhardness by more than 3 times compared to the initial sample and 2 times compared to a titanium nitride coating.

It is shown that low-energy ion irradiation is a promising method for assisting the process of coating synthesis, during which there is no significant change in the coating / substrate system, but it becomes possible to control the structural-phase and elemental composition of the coatings and their properties. This ultimately leads to hardening of the coating.

**Аннотация.** В работе рассматривается нанесение ионно-плазменных покрытий на турбинные лопатки. Экспериментально показано, что ионное облучение азотом покрытия приводит к увеличению микротвердости более чем в 3 раза по сравнению исходным образцом и в 2 раза по сравнению с нитрид титановым покрытием.

Показано, что из перспективных методов ассистирования процесса синтеза покрытий является низкоэнергетическое ионное облучение, в ходе которого не происходит существенного изменения системы покрытие/подложка, но появляется возможность регулирования структурно-фазового и элементного состава покрытий и их свойств. Это в конце концов приводит к упрочнению покрытия.

**Keywords:** *coating, plasma, titanium nitride, ion irradiation.*

**Ключевые слова:** *покрытие, плазма, нитрид титана, ионное облучение.*

#### Постановка проблемы

Высокая степень износа основного оборудования в энергетической отрасли ставит перед энергетиками задачу повышения срока его

эксплуатации. Особенно значимой является проблема увеличения срока службы деталей контактирующих с паром – рабочие лопатки турбин. Нанесение защитных покрытий на рабочие