

*Зейналлы Субхия Мамедовна  
Мамедова Шарафат Наримановна  
Аббасова Самира Вагифовна  
Гурбанова Афет Гахрамановна*

*Город Гянджа, Гянджинский Государственный Университет  
Кандидат математических наук, старший преподаватель*

## ВВЕДЕНИЕ СХЕМ ПОНЯТИЙ ПРЕДЕЛА И НЕПРЕРЫВНОСТИ.

*Zeynalli Subhiya Mammadovna  
Mamedova Sharafat Narimanovna  
Abbasova Samira Vagifovna  
Gurbanova Afet Gahratan*

*Ganja City, Ganja State University  
PhD in Mathematics, Senior Lecturer, Ganja State University*

## INTRODUCTION OF LIMIT AND CONTINUITY CONCEPTS.

**Аннотация.** Вычисление предела не дает нового знания (кроме подтверждения непрерывности) и поэтому мотивировка введения понятия затруднена. В связи с этим представляет интерес анализ одной из принятых во французской средней школе схем введения понятий предела и непрерывности.

**Abstract.** Calculation of the limit does not provide new knowledge (other than confirmation of continuity) and therefore the motivation for introducing the concept is difficult. In this regard, it is of interest to analyze one of the schemes adopted in the French secondary school for introducing the concepts of limit and continuity.

*Ключевые слова: функция, значение, предел, непрерывность, аргумент, промежуток, число, интерпретация.*

*Keywords: function, value, limit, continuity, argument, interval, number, interpretation.*

При изучении темы «Предел функции» обычно первым (а иногда и единственным) из вводимых определений является определение конечного предела функции в точке:  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = b$ ,  $\Leftrightarrow \Leftrightarrow$  если для любого положительного числа  $\varepsilon$  найдется такое положительное число  $\delta$ , что при  $x \neq a$ ,  $\Leftrightarrow \Leftrightarrow |x - a| < \delta \Rightarrow |f(x) - b| < \varepsilon$ .

Хорошо известны трудности, связанные с усвоением этого определения и разъяснением его на примерах. Все знакомые учащимся элементарные функции непрерывны. Предел такой функции  $f$  равен ее значению  $f(a)$  в рассматриваемой точке  $a$ . Очень сложное определение сводится к словам «подставив  $a$  вместо  $x \dots$ ». (Эту возможность «нахождения предела» замечают все учащиеся. Отсюда опасность порочного круга, так как именно для обоснования непрерывности решаются упражнения на вычисление пределов непрерывных функций.)

Программа 1973 г. предусматривает изучение поведения линейной функции квадратичной функции и обратно пропорциональности на границах областей определения секций  $C$  и  $E$ , так и, например, секций  $A$  и  $B$  (учащиеся которых «ориентируются на изучение литературы и экономики»).

Используются примеры наиболее известных учащимся функций:  $f(x) = ax + b$ ,  $f(x) = ax^2$ . Значительную роль при этом играют интуитивные представления о неограниченном возрастании. Заметим, что графики функций не используются (они появляются позже, как результат исследования). Их место занимает теоретико-

множественная интерпретация, порожденная представлениями о функции как о частном случае отношения и удачно использующая интерпретацию решений соответствующих неравенств. Наглядные представления возникают также благодаря так называемым таблицам изменения (рис. 1, 3, 4, 5).

Процесс изучения понятия предела можно условно разбить на три этапа. Первый этап (II класс) связан с исследованием конкретных функций, а именно их поведения при неограниченном увеличении (уменьшении) аргумента ( $f(x) = 2x + 5$ ,  $f(x) = x^2$ ) и в концах открытых промежутков области определения ( $f(x) = \frac{1}{x}$ ).

Терминология, обозначения и формулировки будущих определений появляются как выражения обнаруженных свойств рассматриваемых функций  $f(x) = ax + b$  при «больших» значений  $x$ .

Пример 1а. Рассматривается функция  $x \xrightarrow{f} f(x) = 2x + 5$ .

Находится ее область определения и выясняется характер изменения (возрастания). С увеличением аргумента значения функции возрастают. Ставится вопрос о характере возрастания: верно ли, что значение функции превзойдут, например, число  $10^{15}$ ? Любое заданное число  $A$ ?

Равносильность  $(2x + 5 > A) \Leftrightarrow (x > \frac{A-5}{2})$  показывает, что существует число  $B$ , равное  $\frac{A-5}{2}$ , такое, что  $(x > B) \Rightarrow (2x + 5 > A)$ , или, иначе, такое, что  $(x \in ]B; +\infty[) \Rightarrow ((2x + 5) \in ]A; +\infty[)$  (рис. 2).

Рис.2 напоминает с одной стороны, определение функции (стрелки), с другой-решение неравенства  $f(x) > A$ .

Полученное свойство кратко записывают так:  $f(x) \rightarrow +\infty$  при  $x \rightarrow +\infty$  ( $f(x)$  стремится к  $+\infty$ , когда  $x$  стремится к  $+\infty$ ).

Пример 1б. Рассматривается функция  $x \xrightarrow{f} f(x) = 2x + 5$ .

Таблица изменения (рис.1) показывает, что функция определена при каких угодно больших по абсолютной величине отрицательных значениях

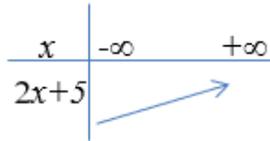


рис 1.

аргумента. При этом значения функции становятся все меньше и меньше при уменьшении аргумента. Станут ли они меньше, чем любое наперед заданное число?

Равносильность  $(2x + 5 < A) \Leftrightarrow (x < \frac{A-5}{2}) \Leftrightarrow$  показывает,  $\Leftrightarrow$

что существует число  $B$ , равное  $\frac{A-5}{2}$ , такое, что

$$(x < B) \Rightarrow$$

$\Rightarrow (2x + 5 < A)$ , или, иначе, такое, что  $(x \in ]-\infty; B[) \Rightarrow (2x + 5) \in ]-\infty; A[)$ .

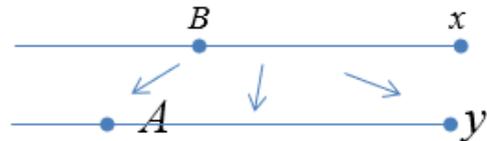


рис 2

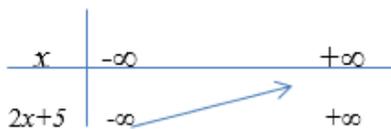


рис. 3

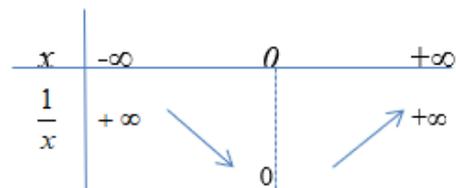


рис. 4

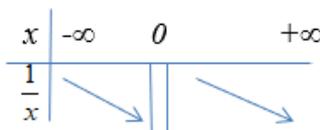


Рис.5

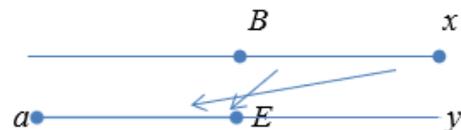


Рис.6

Этот факт записывают так:  $f(x) \rightarrow -\infty$  при  $x \rightarrow -\infty$ . Таблица изменения функции  $f(x) = 2x + 5$  дополняется так, как показано на рис.3.

Пример 2. Пусть  $x \rightarrow f(x) = x^2$ . По таблице изменения (рис. 4) замечаем, что чем больше абсолютная величина  $x$ , тем больше его квадрат. Может ли  $x^2$  превзойти  $A$ ?  $(x^2 > A) \Leftrightarrow (x > \sqrt{A})$  или  $x < -\sqrt{A}$ .

Каково бы ни было данное положительное число  $A$ , можно найти число  $B$  равное  $\sqrt{A}$  или  $-\sqrt{A}$ , такое, что  $(x^2 > A) \Leftrightarrow (x > \sqrt{A})$  или  $x < -\sqrt{A}$ .

Каково бы ни было данное положительное число  $A$ , можно найти число  $B$ , равное  $\sqrt{A}$ , такое, что  $(x > B) \Rightarrow (x^2 > A)$  и  $(x < -B) \Rightarrow (x^2 > A)$ ,

иначе говоря  $(x \in ]B; +\infty[) \Rightarrow (x^2 \in ]A; +\infty[)$  и  $(x \in ]-\infty; -B[) \Rightarrow (x^2 \in ]A; +\infty[)$

### Литература

1. Верченко А.И. Преобразование содержания курса математики в средних школах – Математика в школе. 1974, №1.
2. Theron P., Mordelet C. Mathematiques, classe de 2-e C. Col. Cossart et Theron, bordas, Paris, 1973.
3. Thuizat A., Girault G. Introduction a l'analyse, Classe de seconde AB, C et T, Col. Durrande, Maths., techn. et Vulg. Paris, 1974
4. Копченова Н.В., Марон И.А. Вычислительная математика в примерах и задачах. – М.: Наука, 1972. – 369 с.