

2008. 868 с. (Большая университетская библиотека).
4. Варій М. Й. Загальна психологія : навч. посіб. [для студ. вищ. навч. закл. 2-ге вид. К. : Центр учбової літератури, 2009. 288 с.
5. Выготский Л. С. Педагогическая психология / Под ред. В. В. Давыдова. М. : Педагогика-Пресс, 1999. 536 с. (Психология: Классические труды).
6. Глушко О. І. Психологічна структура та форми прояву суб'єктної активності особистості : дис. ... канд. наук : 19.00.01. 2011.
7. Даукаша Л. М., Чекель Л. В. Педагогическая психология. учебно-методический комплекс по одноименному курсу для студ. / Учреждение образования «Гродненский гос. ун-т им. Я. Купалы». Гродно : ГрГУ, 2008. 471 с.
8. Давыдов В. В. Теория развивающего обучения. М. : Интор, 1996. 544 с.
9. Дрозина В. В. Теория и практика формирования и развития творческой самостоятельной деятельности учащихся общеобразовательной школы (на примере изучения естественных дисциплин : автореф. ... докт. Пед. наук : 13.00.01. Челябинск, 1999. 41 с.
10. Дудьев В. П. Психомоторика : словарь-справочник. М. : Владос, 2008. 366 с. (Коррекционная педагогика).
11. Кондаков И. М. Психология : психологическая энциклопедия. 2-е изд., доп. и перераб. СПб. : Прайм-Еврознак, 2007. 783 с. (Большая университетская библиотека).
12. Кремень В. Г. Якісна освіта: сучасні вимоги. Педагогіка і психологія. 2006. № 4. С. 5-7.
13. Літературознавчий словник-довідник / За ред. Р. Т. Гром'яка, Ю. І. Коваліва, В. І. Теремка. К. : Академія, 2017. 2007. 752 с. (Nota bene).
14. Леонтьев А. Н. Деятельность. Сознание. Личность. М. : Политиздат, 1977. 303 с.
15. Лушникова О. Ю. Модель активизации учебно-познавательной деятельности студентов колледжа в процессе общеобразовательной подготовки. Сибирский педагогический журнал. 2009. № 10. С. 205-211.
16. Педагогика : учеб. пособие для студ. высш. пед. учеб. заведений / В. А. Сластенин, И. Ф. Исаев, Е. Н. Шиянов ; Под ред. В. А. Сластенина. М. : Академия, 2013. 576 с.
17. Петровский В. А. Личность в психологии: парадигма субъективности. Ростов-на-Дону : Феникс, 1996. 512 с.
18. Психологический глоссарий проекта www.ido.edu.ru. URL : <https://vocabulary.ru/termin/uchebnaja-dejatelnost.html>
19. Психология развития : словарь / Под. ред. А. Л. Венгера // Психологический лексикон. Энциклопедический словарь в шести томах / Ред.-сост. Л. А. Карпенко ; под общ. ред. А. В. Петровского. М. : ПЕР СЭ, 2006. 176 с.
20. Рубинштейн С. Л. Принципы и пути развития психологии. М. : Просвещение, 1959. 324 с.
21. Фаина Г. В. Диагностика и коррекция задержки психического развития детей старшего дошкольного возраста : учеб.-метод. пособ. Балашов : Николаев, 2004. 68 с.
22. Шахова Н. Є. Психологічні особливості ціннісної сфери особистості як основи її суб'єктної активності : дис. ... канд. психол. наук : 19.00.01, Одес. нац. ун-т ім. І. І. Мечникова. Одеса, 2015. 200 с.

УДК 378.011.3

Кугай Наталія Василівна

кандидат педагогічних наук, доцент,

Глухівський національний педагогічний університет імені Олександра Довженко,

Радіоастрономічний інститут Національної академії наук України,

Калініченко Микола Миколайович

доктор фізико-математичних наук, старший науковий співробітник,

Радіоастрономічний інститут Національної академії наук України,

Глухівський національний педагогічний університет імені Олександра Довженко

Зайка Оксана Володимирівна

кандидат педагогічних наук, старший викладач,

Глухівський національний педагогічний університет імені Олександра Довженко

Приходько Дар'я Василівна

студентка,

Глухівський національний педагогічний університет імені Олександра Довженко

Скорозвон Катерина Валеріївна

студентка,

Глухівський національний педагогічний університет імені Олександра Довженко

ВИКОРИСТАННЯ СИСТЕМИ КОМП'ЮТЕРНОЇ МАТЕМАТИКИ MATLAB У ПРОЦЕСІ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ ІНТЕГРАЛЬНОГО ЧИСЛЕННЯ

Kuhai N.V.

candidate of pedagogical sciences, assistant professor,

Oleksandr Dovzhenko Hlukhiv national pedagogical university,
Radio astronomy institute of National academy of sciences of Ukraine

Kalinichenko M.M.

doctor of physical and mathematical sciences, senior researcher
Radio astronomy institute of National academy of sciences of Ukraine,
Oleksandr Dovzhenko Hlukhiv national pedagogical university,

Zaika O.V.

candidate of pedagogical sciences, senior lecturer

Oleksandr Dovzhenko Hlukhiv national pedagogical university

Pryhodko D.V.

student,

Oleksandr Dovzhenko Hlukhiv national pedagogical university

Skorozvon K.V.

student,

Oleksandr Dovzhenko Hlukhiv national pedagogical university

USING MATLAB COMPUTER MATHEMATICS SYSTEM IN THE PROCESS OF SOLVING INTEGRAL CALCULUS TASKS

Анотація. Розглянуто можливість і доцільність застосування системи комп'ютерної математики MATLAB у процесі розв'язування задач інтегрального числення функції багатьох змінних. Для цього з використанням засобів системи MATLAB розв'язано чотири типові задачі інтегрального числення. Показано, що система комп'ютерної математики MATLAB дозволяє просто й ефективно *унаочнювати* задачі інтегрального числення. Це сприяє подоланню труднощів, що виникають у студентів внаслідок недостатньо розвинутого просторового уявлення та недостатньо сформованих навичок інтегрування й диференціювання. Результати роботи можуть бути цікаві викладачам закладів вищої і загальної середньої освіти, студентам, школярам та іншим.

Summary. The possibility and feasibility of application of the MATLAB computer mathematics system in the process of solving the tasks of integral calculus of several variables function are considered. To do this, four typical integral calculus tasks have been solved using the MATLAB system. It has been shown that the MATLAB computer mathematics system allows simple and effective visualization of integral calculus tasks. This helps to overcome the difficulties which arise as a result of underdeveloped spatial representation and underdeveloped integration and differentiation skills of students. The results can be useful for lecturers of higher education institutions, secondary schools, students, schoolchildren and others.

Ключові слова: інтегральне числення функції багатьох змінних, наочність, MATLAB.

Key words: integral calculus of several variables function, visibility, MATLAB.

Бурхливий розвиток комп'ютерної техніки та створених на основі її використання нових потужних систем комп'ютерної математики (Maple [1], Mathematica [2], MATLAB [3] та інші) відкривають унікальні можливості для вдосконалення існуючих та розробки нових методик вивчення математичних дисциплін, які б гармонійно поєднували сучасні досягнення й традиційні підходи до навчання математики, які витримали випробування часом.

Розробка теоретичних і практичних аспектів застосування комп'ютерних засобів під час навчання математики як у загальноосвітній школі, так і у закладах вищої освіти знайшла своє відображення у роботах М. Жалдака [4-7], Т. Крамаренко [8], Г. Михаліна [9], О. Співаковського [10], Ю. Триуса [11] та інших. Серед іншого, в них було показано застосування засобів комп'ютерної математики на уроках математики [4, 5, 8], під час вивчення математичного аналізу, зокрема інтегрального числення функції однієї змінної [7], основних елементарних функцій дійсної і комплексної змінної [9], під час вивчення вищої алгебри [10]; створено комп'ютерно-орієнтовані навчально-методичні комплекси таких

математичних дисциплін, як: «Математична логіка і теорія алгоритмів», «Комп'ютерна математика», «Математичні методи оптимізації» [11].

Мета цієї роботи - показати можливість і доцільність застосування системи комп'ютерної математики MATLAB для унаочнення задач інтегрального числення функції багатьох змінних.

Математичний аналіз як навчальна дисципліна за традиційною програмою включає в себе: вступ до аналізу; диференціальне числення функцій однієї змінної; інтегральне числення функцій однієї змінної; числові й функціональні ряди; диференціальне числення функцій багатьох змінних; інтегральне числення функцій багатьох змінних тощо. Зазвичай на вивчення математичного аналізу у закладах вищої освіти відводиться чи не найбільша з усіх математичних дисциплін кількість кредитів ECTS. Тому математичний аналіз відіграє значну (чи не вирішальну) роль у формуванні професійної культури майбутніх фахівців.

У цій роботі ми приділимо увагу розв'язуванню задач змістового модуля «Інтегральне числення функцій багатьох змінних»,

зокрема тем «Подвійні інтеграли» й «Потрійні інтеграли».

Відомо, що студенти стикаються з труднощами під час вивчення кратних інтегралів. Це пов'язано з низкою об'єктивних причин, серед яких:

- 1) недостатній рівень розвитку вміння встановлювати міжпредметні зв'язки (переносити знання і вміння в нові умови);
- 2) не розвинене просторове уявлення;
- 3) недостатньо сформовані навички інтегрування й диференціювання.

Тому сучасний викладач повинен шукати шляхи усунення цих труднощів. І один із таких шляхів убачаємо саме у використанні комп'ютерів, з можливостями й застосуваннями яких, як показує практика, добре ознайомлені сучасні студенти.

До основних задач, які розглядаються під час вивчення кратних інтегралів, відносяться задачі: на зміну порядку інтегрування у повторних інтегралах, на обчислення подвійних і потрійних інтегралів, на застосування подвійних і потрійних інтегралів (площа області, об'єм тіла, маса пластинки, статичні моменти, координати центра маси, моменти інерції тощо). Як показує практика, найважча для студентів частина розв'язування цих задач – встановлення меж інтегрування. Розв'язання цієї проблеми можливе у більшості випадків завдяки побудові області інтегрування, тобто, завдяки зміні *форми* задання області інтегрування – від аналітичного задання до графічного, до *унаочнення* сформульованої задачі. Крім того, є необхідність уявлення досить складних геометричних об'єктів, їх взаємного розташування у просторі.

Існує низка систем комп'ютерної математики (Maple, Mathematica, MATLAB та інші), які дозволяють ефективно проводити візуалізацію геометричних об'єктів, а також порівняно просто здійснювати чисельне інтегрування, наприклад, під час обчислення об'єму просторових фігур. Нижче наведено приклади розв'язування низки задач, які включають побудову ліній, поверхонь, просторових тіл та чисельне обчислення інтегралів в системі MATLAB.

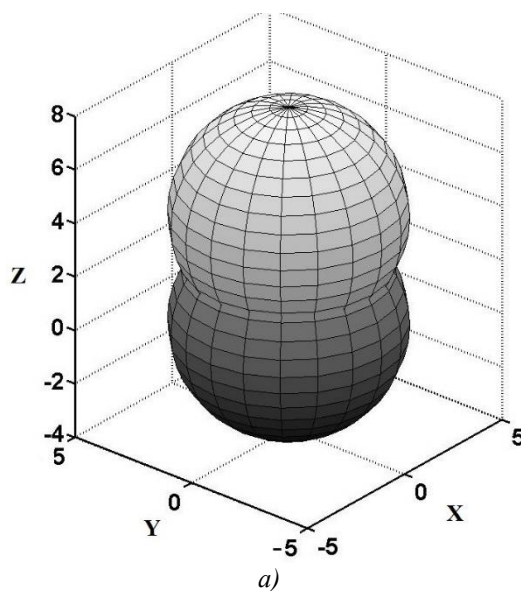
Робота в середовищі системи MATLAB дає значні переваги, причому не тільки внаслідок її потужних засобів діалогу, графіки й візуалізації, але й в силу підтримки системи MATLAB переважною більшістю сучасних комп'ютерних платформ. Слід зазначити, що завдяки своїм перевагам система MATLAB користується великою популярністю серед викладачів, студентів, інженерів, вчених, економістів (на 2018 р. більш ніж 3 млн. активних користувачів). Передбачається, що читачі мають початкові навички комп'ютерного програмування. А оскільки MATLAB є матрично орієнтованою системою, читачам також будуть корисні базові знання з матричного аналізу.

Задача 1. Обчисліть об'єм тіла, обмеженого поверхнями:

$$x^2 + y^2 + z^2 = 16 \text{ та } x^2 + y^2 + z^2 - 8z = 0.$$

Побудуємо сфери, задані в умові задачі, використовуючи засоби системи MATLAB (рис. 1а). Спостерігач знаходиться у третьому октанті. Тіло, обмежене заданими поверхнями, наведено на рис.1б. Це тіло складається з точок, координати яких задовольняють систему нерівностей:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 - 16 \leq 0 \\ x^2 + y^2 + z^2 - 8z \leq 0 \end{cases}$$



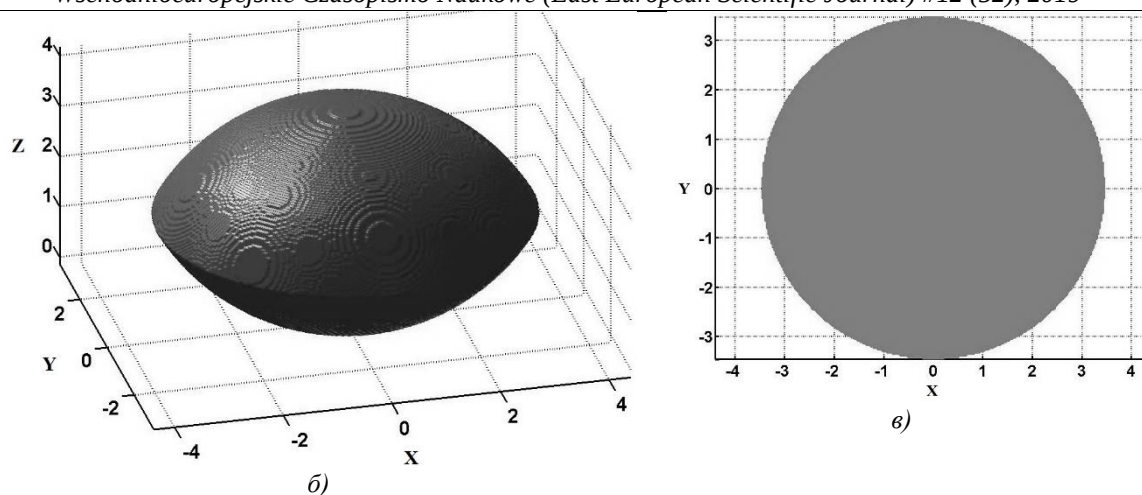


Рис. 1.

На рис. 1в зображено проекцію тіла на площину XOY . Об'єм тіла можна обчислити за формулою:

$$V = \iint_{\sigma_{xy}} dx dy = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{2\sqrt{3}} (2\sqrt{16 - \rho^2} - 4) \rho d\rho, V = \frac{80\pi}{3}.$$

Задача 2. Обчисліть потрійний інтеграл $\iiint_G x^2 y^2 z dx dy dz$, де область G визначена нерівностями $0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq x, 0 \leq z \leq xy$.

Побудуємо поверхні $x = 0, x = 1, y = 0, y = x, z = 0, z = xy$, які обмежують область G , рис. 2а.

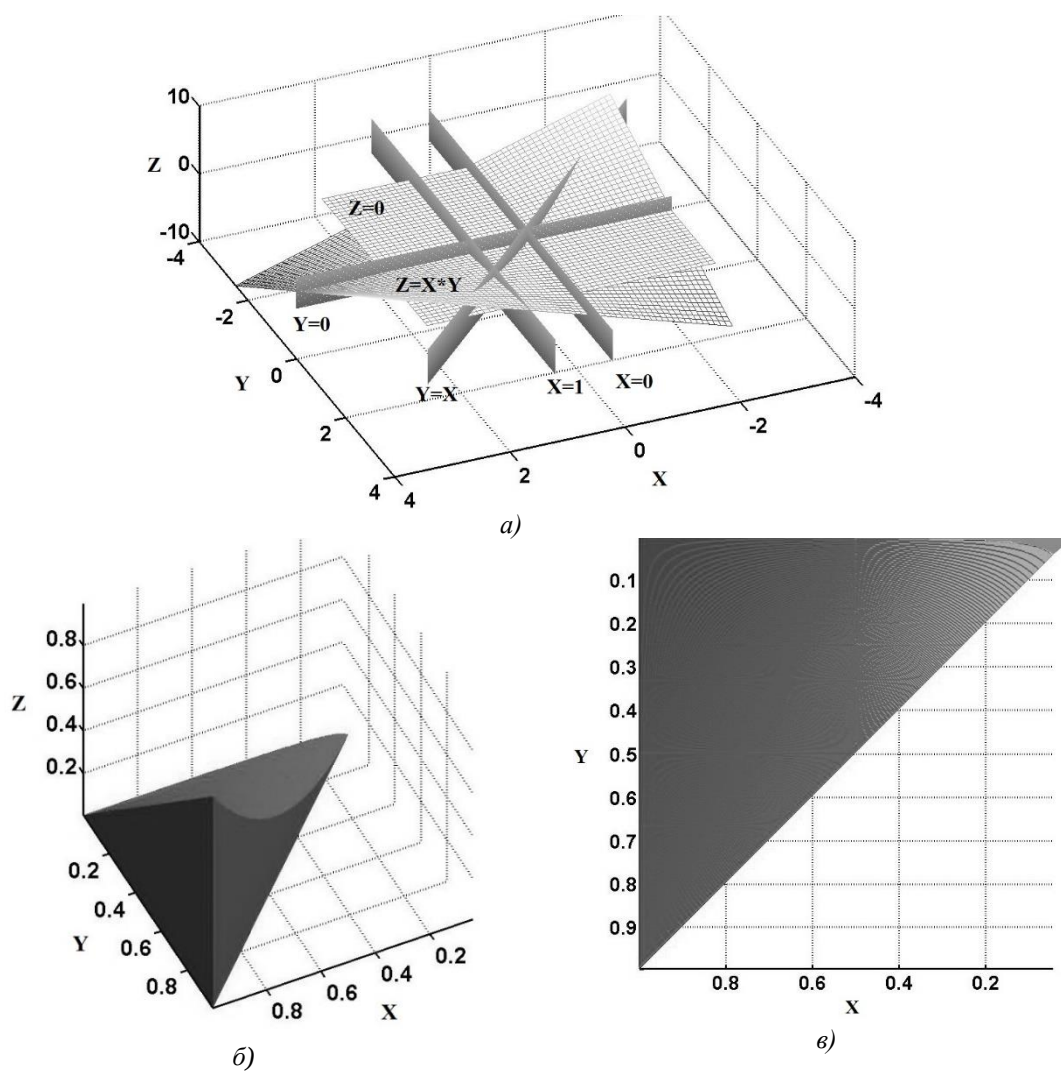


Рис. 2

Область G показана на рис. 26. Координати точок, які утворюють область G , задовольняють систему нерівностей:

$$\begin{cases} x \leq 1, \\ x \geq 0, \\ y \leq x, \\ y \geq 0, \\ z \leq xy, \\ z \geq 0. \end{cases}$$

Проекція області G на площину XOY показана на рис. 2в. З урахуванням рис.26 та рис.2в потрібний інтеграл запишеться так:

$$\int_0^1 dx \int_0^x dy \int_0^{xy} x^2 y^2 z dz.$$

Застосовуючи засоби чисельного інтегрування системи MATLAB (метод прямокутників) отримаємо відповідь - 0.01.

Задача 3. Визначте об'єм тіла, обмеженого сферами $x^2 + y^2 + z^2 = 1$, $x^2 + y^2 + z^2 = 16$ і конусом $z^2 = x^2 + y^2$ (тіло, яке лежить всередині конуса).

Побудуємо сфери і конус, задані в умові задачі, використовуючи засоби системи MATLAB (рис. 3а).

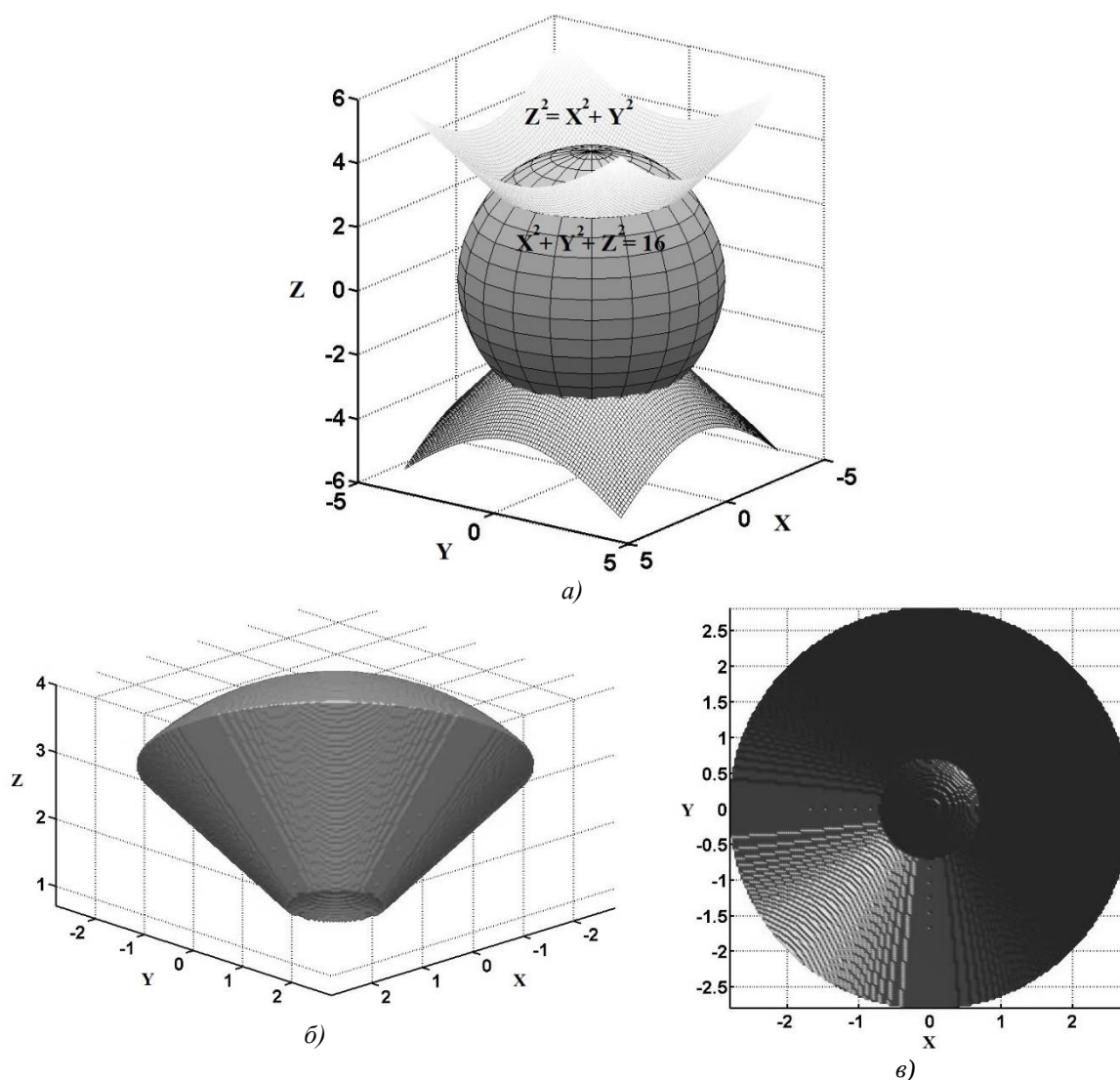


Рис. 3

З урахуванням рис. 3б та рис.3в об'єм тіла, обмеженого поверхнями, можна обчислити так:

$$V = V_1 - V_2 = \int_{-2\sqrt{2}}^{2\sqrt{2}} dx \int_{-\sqrt{8-x^2}}^{\sqrt{8-x^2}} dy \int_{\sqrt{x^2+y^2}}^{\sqrt{16-x^2-y^2}} dz - \int_{-\frac{\sqrt{2}}{2}}^{\frac{\sqrt{2}}{2}} dx \int_{-\sqrt{\frac{1}{2}-x^2}}^{\sqrt{\frac{1}{2}-x^2}} dy \int_{\sqrt{x^2+y^2}}^{\sqrt{1-x^2-y^2}} dz = 42 \pi (2 - \sqrt{2}),$$

де V_1 - об'єм тіла, обмеженого поверхнями, включаючи об'єм кулі $x^2 + y^2 + z^2 = 1$, V_2 - об'єм кулі $x^2 + y^2 + z^2 = 16$.

Задача 4. Визначте об'єм тіла, обмеженого поверхнями $x^2 + y^2 = 10x$, $x^2 + y^2 = 13x$, $z = \sqrt{x^2 + y^2}$, $z = 0$, $y \geq 0$.

Побудуємо поверхні, задані в умові задачі, використовуючи засоби системи MATLAB (рис. 4а).

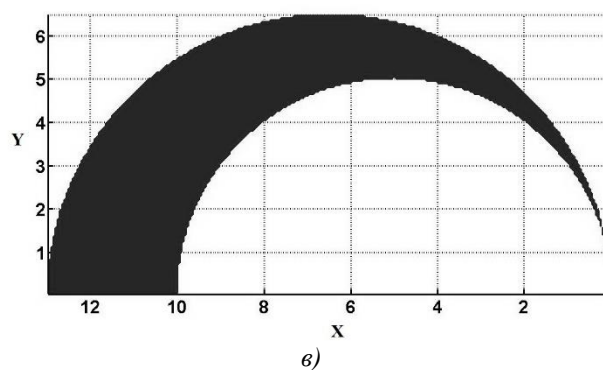
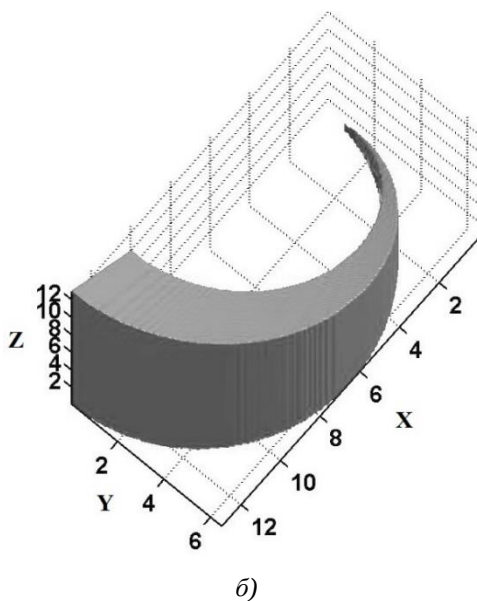
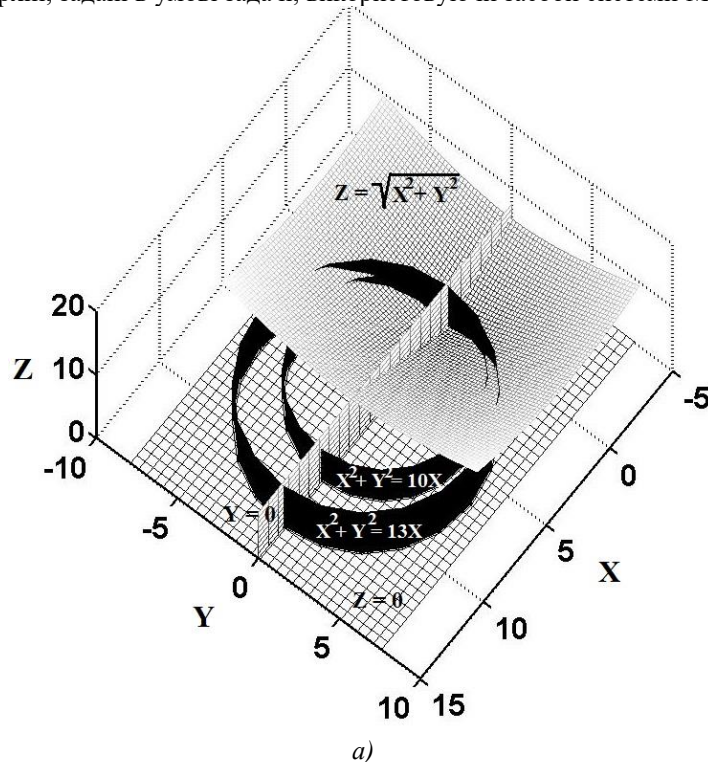


Рис. 4

З урахуванням рис.4б та рис.4в об'єм тіла, обмеженого поверхнями, дорівнює

$$V = \int_0^{\frac{\pi}{2}} d\varphi \int_{10 \cos \varphi}^{13 \cos \varphi} \rho d\rho \int_0^{\rho^2} \rho dz = 266. \quad (\text{Тут здійснено перехід до циліндричної системи координат}).$$

Таким чином, на наш погляд, система комп'ютерної математики MATLAB дозволяє просто і ефективно унаочнювати задачі інтегрального числення. Це сприяє подоланню труднощів, що виникають у студентів внаслідок недостатньо розвинутого просторового уявлення та

недостатньо сформованих навичок інтегрування й диференціювання.

Перелік літератури:

1. The Maple book. F. Garvan. CRC Press. 2001. 496 p.
2. The Mathematica book. S. Wolfram. Wolfram Media. 2003. 1464 p.
3. MATLAB. Programming fundamentals. The Math Works Inc. 2017. 1322 p.
4. Жалдак М. І. Кузьміна Н. М., Берлінська С. Ю. Теорія ймовірностей і математична статистика з елементами інформаційної технології

: Навчальний посібник. К. : Вища школа, 1995. 351 с.

5. Жалдак М. І., Горошко Ю. В., Вінниченко Є. Ф. Комп'ютер на уроках математики : Посібник для вчителів. К. : Техніка, 1997. 303 с.

6. Жалдак М. І., Грохольська А. В., Жильцов О. Б. Математика (тригонометрія, геометрія, елементи стохастики) з комп'ютерною підтримкою : Навч. посіб. К. : МАУП, 2004. 456 с.

7. Жалдак М. І., Михалін Г. О., Деканов С. Я. Математичний аналіз з елементами інформаційних технологій : навч. посіб. К. : Редакції газет природничо-математичного циклу, 2012. 124 с.

8. Крамаренко Т. Г. Уроки математики з комп'ютером: посіб. для вчителів і студ. / за ред. М. І. Жалдака. Кривий Ріг : Видавничий дім, 2008. 272 с.

9. Михалін Г. О., Деканов С. Я. Вивчення основних елементарних функцій дійсної і комплексної змінної з використанням комп'ютерних засобів математики. Науковий часопис НПУ імені М. П. Драгоманова. Серія 2 : Комп'ютерно-орієнтовані системи навчання. 2010. №. 9. С. 49-71.

10. Співаковський О. В. Теорія і практика використання інформаційних технологій у процесі підготовки студентів математичних спеціальностей : монографія. Херсон : Айлант, 2003. 228 с.

11. Триус Ю. В. Комп'ютерно-орієнтовані методичні системи навчання математичних дисциплін у вищих навчальних закладах : автореф. дис. ... д-ра пед. наук : 13.00.02 / НПУ ім. М. П. Драгоманова. К., 2005. 48 с.