



#5 (45), 2019 część 3

Wschodnioeuropejskie Czasopismo Naukowe

(Warszawa, Polska)

Czasopismo jest zarejestrowane i publikowane w Polsce. W czasopiśmie publikowane są artykuły ze wszystkich dziedzin naukowych. Czasopismo publikowane jest w języku polskim, angielskim, niemieckim i rosyjskim.

Artykuły przyjmowane są do dnia 30 każdego miesiąca.

Częstotliwość: 12 wydań rocznie.

Format - A4, kolorowy druk

Wszystkie artykuły są recenzowane

Każdy autor otrzymuje jeden bezpłatny egzemplarz czasopisma.

Bezpłatny dostęp do wersji elektronicznej czasopisma.

Zespół redakcyjny

Redaktor naczelny - Adam Barczuk

Mikołaj Wiśniewski

Szymon Andrzejewski

Dominik Makowski

Paweł Lewandowski

Rada naukowa

Adam Nowicki (Uniwersytet Warszawski)

Michał Adamczyk (Instytut Stosunków Międzynarodowych)

Peter Cohan (Princeton University)

Mateusz Jabłoński (Politechnika Krakowska im. Tadeusza Kościuszki)

Piotr Michalak (Uniwersytet Warszawski)

Jerzy Czarnecki (Uniwersytet Jagielloński)

Kolub Frennen (University of Tübingen)

Bartosz Wysocki (Instytut Stosunków Międzynarodowych)

Patrick O'Connell (Paris IV Sorbonne)

Maciej Kaczmarczyk (Uniwersytet Warszawski)

#5 (45), 2019 part 3

East European Scientific Journal

(Warsaw, Poland)

The journal is registered and published in Poland. The journal is registered and published in Poland.

Articles in all spheres of sciences are published in the

journal. Journal is published in **English, German, Polish and Russian.**

Articles are accepted till the 30th day of each month.

Periodicity: 12 issues per year.

Format - A4, color printing

All articles are reviewed

Each author receives one free printed copy of the journal

Free access to the electronic version of journal

Editorial

Editor in chief - Adam Barczuk

Mikołaj Wiśniewski

Szymon Andrzejewski

Dominik Makowski

Paweł Lewandowski

The scientific council

Adam Nowicki (Uniwersytet Warszawski)

Michał Adamczyk (Instytut Stosunków Międzynarodowych)

Peter Cohan (Princeton University)

Mateusz Jabłoński (Politechnika Krakowska im. Tadeusza Kościuszki)

Piotr Michalak (Uniwersytet Warszawski)

Jerzy Czarnecki (Uniwersytet Jagielloński)

Kolub Frennen (University of Tübingen)

Bartosz Wysocki (Instytut Stosunków Międzynarodowych)

Patrick O'Connell (Paris IV Sorbonne)

Maciej Kaczmarczyk (Uniwersytet Warszawski)

**Dawid Kowalik (Politechnika
Krakowska im. Tadeusza Kościuszki)**
**Peter Clarkwood(University College
London)**
Igor Dziedzic (Polska Akademia Nauk)
**Alexander Klimek (Polska Akademia
Nauk)**
**Alexander Rogowski (Uniwersytet
Jagielloński)**
Kehan Schreiner(Hebrew University)
**Bartosz Mazurkiewicz (Politechnika
Krakowska im. Tadeusza Kościuszki)**
Anthony Maverick(Bar-Ilan University)
**Mikołaj Żukowski (Uniwersytet
Warszawski)**
**Mateusz Marszałek (Uniwersytet
Jagielloński)**
**Szymon Matysiak (Polska Akademia
Nauk)**
**Michał Niewiadomski (Instytut
Stosunków Międzynarodowych)**
Redaktor naczelny - Adam Barczuk

1000 kopii.

**Wydrukowano w «Aleje Jerozolimskie
85/21, 02-001 Warszawa, Polska»**

**Wschodnioeuropejskie Czasopismo
Naukowe**

Aleje Jerozolimskie 85/21, 02-001
Warszawa, Polska

E-mail: info@eesa-journal.com ,

<http://eesa-journal.com/>

**Dawid Kowalik (Politechnika
Krakowska im. Tadeusza Kościuszki)**
**Peter Clarkwood(University College
London)**
Igor Dziedzic (Polska Akademia Nauk)
**Alexander Klimek (Polska Akademia
Nauk)**
**Alexander Rogowski (Uniwersytet
Jagielloński)**
Kehan Schreiner(Hebrew University)
**Bartosz Mazurkiewicz (Politechnika
Krakowska im. Tadeusza Kościuszki)**
Anthony Maverick(Bar-Ilan University)
**Mikołaj Żukowski (Uniwersytet
Warszawski)**
**Mateusz Marszałek (Uniwersytet
Jagielloński)**
**Szymon Matysiak (Polska Akademia
Nauk)**
**Michał Niewiadomski (Instytut
Stosunków Międzynarodowych)**
Editor in chief - Adam Barczuk

1000 copies.

**Printed in the "Jerozolimskie 85/21, 02-
001 Warsaw, Poland»**

East European Scientific Journal

Jerozolimskie 85/21, 02-001 Warsaw, Po-
land

E-mail: info@eesa-journal.com ,

<http://eesa-journal.com/>

СОДЕРЖАНИЕ

ГЕОЛОГО-МИНЕРАЛОГИЧЕСКИЕ НАУКИ

<i>Череміський Ю.В., Череміська О.М., Петруняк Г.М., Петруняк М.Д.</i> СТРУКТУРНО-ЛІТОЛОГІЧНИЙ КОНТРОЛЬ МЕТАСОМАТОЗУ, ПОВЕРХНЕВИХ СОЛЬОВИХ І ВУГЛЕВОДНЕВИХ ПРОЯВИВ В СКИБОВИХ КАРПАТАХ ТА ПЕРЕДКАРПАТСЬКОМУ ПРОГІНІ.....	4
--	---

НАУКИ О ЗЕМЛЕ

<i>Лисенков А.А.</i> ИНТЕРВАЛЬНОЕ НОРМИРОВАНИЕ ЗАПАСОВ ПОЛЕЗНЫХ ИСКОПАЕМЫХ ПО СТЕПЕНИ ПОДГОТОВЛЕННОСТИ К РАЗРАБОТКЕ	10
<i>Медеу А.Р., Благовещенский В.П., Ранова С.У., Мухлислова А.Я.</i> ОЦЕНКА И КАРТОГРАФИРОВАНИЕ СЕЛЕВОГО РИСКА В БАССЕЙНАХ РЕК КИШИ И УЛКЕН АЛМАТЫ	16

ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ НАУКИ

<i>Strezhneva E.V., Smirnova A.S.,</i> INTERIOR MIXED INVERSE BOUNDARY VALUE PROBLEM WITH A PARAMETER x IN THE CASE OF A POLYGONAL DOUBLY CONNECTED DOMAIN.....	23
<i>Алиев Г.Г., Алиев А.Г.</i> ОБОБЩЕННОЕ УСЛОВИЕ НАВЬЕ С УЧЕТОМ ВЛИЯНИЯ КВАНТОВО-МЕХАНИЧЕСКИХ ЭФФЕКТОВ В НАНОГИДРОДИНАМИКЕ	27
<i>Aliyev T.M., Bakhshiyev Sh.B., Ismayilova I.A.</i> ON OPERATIONS ON DIFFERENT NATURE MEMBERS REPRESENTED IN THE FORM OF INFINITE NUMBER OF RADICALS.....	32
<i>Aliyev T.M., Bakhshiyev S.B., Ismayilova I.A., Gadjiev S.T., Gasanova G. Sh.</i> THE SOLVABILITY OF NONLINEAR ELLIPTIC-PARABOLIC EQUATIONS	39
<i>Касенова Л.Г., Ерсултанова А.С.</i> ПРИНЦИПЫ СИММЕТРИИ КАК ВИД РЕАЛИЗАЦИИ НАГЛЯДНОСТИ В ОБУЧЕНИИ СТУДЕНТОВ ИНЖЕНЕРНЫХ СПЕЦИАЛЬНОСТЕЙ	45
<i>Насиров Т.З., Юсупов Д.Б., Хожиев Ф.А.</i> ИССЛЕДОВАНИЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ЛАЗЕРНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ В ДВУХМОДОВОМ ВОЛОКОННОМ СВЕТОВОДЕ	48
<i>Стецун А.И.</i> ПРИНЦИП, МАТЕРИЯ СТРЕМИТСЯ К ФОРМИРОВАНИЮ МАКСИМУМА ИЛИ МАКСИМУМОВ.....	52
<i>Маһмудова U.U.</i> ADVERTISING SLOGANS AND THEIR STYLISTIC FEATURES	54
<i>Chernyshev A.V., Zagorski I.E.</i> REVERSIBLE AND IRREVERSIBLE COMPONENTS OF MAGNETIZATION OF THE ASYMMETRIC MINOR HYSTERESIS LOOP WITH BRANCHES OF PARABOLIC SHAPE	57
<i>Дорофеев А.А., Зубова Ю.Г., Пожарская Е.Н., Фомич М.В., Цымбалов Д.С., Яценко О.В.</i> ИНФОРМАЦИОННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СТИМУЛИРУЕМЫХ СОЦИАЛЬНО-ПЕДАГОГИЧЕСКИХ СИСТЕМ ПОСРЕДСТВОМ ТРАНСПОРТНЫХ УРАВНЕНИЙ БОЛЬЦМАНОВСКОГО ТИПА.....	62

ГЕОЛОГО-МИНЕРАЛОГИЧЕСКИЕ НАУКИ

Cheremisky Y.V.

Institute of geology and geochemistry of combustible minerals of the NASU

Cheremiska O.M.

Institute of geology and geochemistry of combustible minerals of the NASU

Petrunyak G.M.

Lviv national University named after Ivan Franko

Petrunyak M.D.

Ukrainian Mineralogical Society

STRUCTURAL-LITHOLOGICAL CONTROL OF METASOMATISM, OF SALT AND HYDROCARBON DISPLAYS IN THE CARPATHIANS, SKYBOVA AREA AND IN THE PRE-CARPATHIANS FOREDEEP

Череміський Ю.В.

Інститут геології і геохімії горючих копалин НАН України

Череміська О.М.

Інститут геології і геохімії горючих копалин НАН України

Петруняк Г.М.

Львівський національний університет імені Івана Франка

Петруняк М.Д.

Українське мінералогічне товариство

СТРУКТУРНО-ЛІТОЛОГІЧНИЙ КОНТРОЛЬ МЕТАСОМАТОЗУ, ПОВЕРХНЕВИХ СОЛЬОВИХ І ВУГЛЕВОДНЕВИХ ПРОЯВІВ В СКИБОВИХ КАРПАТАХ ТА ПЕРЕДКАРПАТСЬКОМУ ПРОГІНІ

Summary. The lithologic-stratigraphical, geochemical and geodynamic factors of the mineral displays control in Skybova zone of the Carpathians and the Pre-Carpathian Foredeep is established. These issues have very important theoretical and practical significance. The reconstruction of geodynamic processes and their influence on the distribution of mineral and hydrocarbon manifestations in the surface conditions in Carpathian oil and gas province has been carried out. A detailed study of the outcrops of the Beregova Skybova made it possible to determine the correlation of the Neogene saline deposits with the Oligocene bituminous shales of the Menilite Suite and the Eocene oil-saturated clays of the Bystryk Suite. Metasomatic transformations are controlled by formational factors. This regularity is clearly traceable in the continental reddish strata of Stebnyk Suite (Sambir zone, the Pre-Carpathian Foredeep). Deposits of volcanic-sedimentary strata of the section are characterized by the significant development of montmorillonitization and zeolite formation processes.

Анотація. Встановлено літолого-стратиграфічний, геодинамічний та геохімічний фактори контролю мінеральних проявів в Скибових Карпатах та Передкарпатському прогині. Вони мають важливе теоретичне та прикладне значення. Проведено реконструкцію геодинамічних процесів, які впливають на характер розподілу мінерально-вуглеводневих проявів у приповерхневих умовах в Карпатській нафтогазоносній провінції. Детальніше польове вивчення відслонень Берегової скиби дозволило визначити співвідношення неогенових соленосних відкладів з олігоценовими бітумінозними сланцями менілітової світи та еоценовими нафтонасиченими глинами бистрицької світи. Метасоматичні перетворення контролюються формаційними чинниками. Дана закономірність чітко простежується в континентальній червоноколірній товщі стебницької світи Самбірської зони Передкарпатського прогину. Відклади вулканогенно-осадової частини розрізу характеризуються значним розвитком процесів монтморилонізації та цеолітоутворення.

Keywords: *Carpathian oil and gas province, the Pre-Carpathian Foredeep, Beregova Skybova, geodynamics, hydrocarbons, metasomatism.*

Ключові слова: *Карпатська нафтогазоносна провінція, Передкарпатський прогин, Берегова скиба, геодинаміка, вуглеводні, метасоматоз.*

Постановка проблеми. Структурно-літологічний контроль метасоматичних перетворень, поверхневих сольових і вуглеводневих проявів встановлений під час дослідження ускладнених напізом геологічних формацій Берегової скиби по р. Прут [6]. У процесі подальших польових досліджень геологічних структур межиріччя Бистриця Надвірнянська-Черемош визначено загальні ознаки розвитку цих явищ. Зокрема, в Скибових

Карпатах та Передкарпатському прогині пройдено ряд геологічних маршрутів на ділянках зі значною відслоненістю в басейнах рік Тисмениця, Стрий, Бистриця Надвірнянська, Прут, Лючка, Пістинька, Рибниця і Черемош. Здійснені деякі суттєві геологічні уточнення на вичерпаних нафтових родовищах Борислава, Биткова, і Старуні. На підставі власних спостережень, та з врахуванням даних

визначних дослідників Карпатської нафтогазоносно-ї провінції, проведено ряд уточнень щодо структурно-формаційного контролю метасоматозу в присутності вуглеводнів, розвитку поверхневих проявів солі, нафти та газу.

Аналіз найновіших досліджень та публікацій. Розвиток сульфат-карбонат-кварцового метасоматозу в Карпатах раніше розглядався в безпосередньому зв'язку з наскрізною інфільтрацією глибинних флюїдів через осадову товщу [10]. Згодом була встановлена закономірна залежність ступеню перекристалізації аморфного кремнезему від збагачення силіцитів органічними речовинами [4].

На території Західної України відомо 196 поверхневих проявів соленості [16], з яких привертають особливу увагу ті, що знаходяться в тісному співвідношенні з тектонічними одиницями нафтоносних структур Сілезької, Скибової зон Карпат та Передкарпатського прогину. Факт засоленості бітумінозних сланців менілітової світи зазвичай пояснюється тектонічними ускладненнями або проявом криптодіапіризму [3].

Виділення невирішених раніше частин загальної проблеми. Зауважимо, що на існуючих геологічних картах стратиграфічні і тектонічні межі нанесені з високою точністю. Проте, в процесі деталізації геологічної будови, в укрупненому плані виявляється значна кількість деформацій диз'юнктивного та пліквативного характеру, які ускладнюють реальний характер формаційних утворень і фаціальних співвідношень. Так, в Самбірській зоні Передкарпатського прогину по площинах зміщення амплітуда стратиграфічного розриву сягає 500 метрів. Через часткове врахування формаційних ознак залягання, горизонт саджавського пісковика відносять до покрівлі стебницької світи, проте згідно з фаціальними ознаками, він є типовим утворенням верхньої частини добротівської світи.

Складність тектонічної ситуації в Карпатах спостерігається в усіх виділених структурно-фаціальних зонах. Зокрема, вона відображена на поперечному геологічному перетині по лінії Борислав – Східниця (рис. 1), що був складений з врахуванням ґрунтовних досліджень Бориславського нафтового родовища [15].

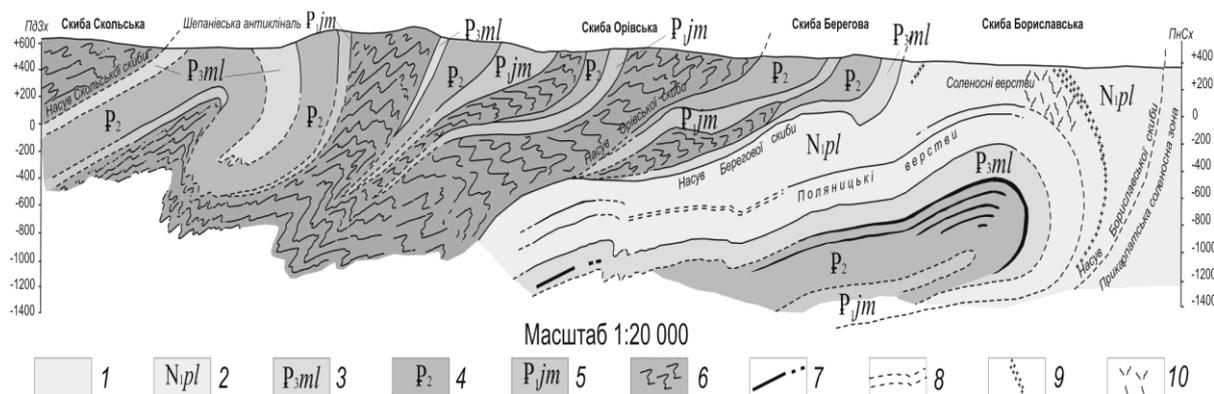


Рис. 1. Поперечний геологічний перетин Борислав – Східниця М 1:20 000 (за К.Толвінським [15]).

Умовні позначення: 1-Прикарпатська солоносна зона; 2-солоні поляницькі верстви; 3-менілітові сланці з клівським та бориславським пісковиком; 4-еоценові відклади з червоними сланцями; 5-ямненський пісковик; 6-іноцерамові верстви; 7-нафтові горизонти; 8-поляницький водоносний горизонт; 9-екзотичні конгломерати; 10-озокерит.

Результати польових спостережень в долині р. Тисмениця вказують на значну пліквативно-диз'юнктивну деформацію осадового комплексу, реконструкція якої в даних геологічних умовах викликає певні утруднення. При цьому, як зображено на перетині, крейдові відклади на нафтовому родовищі Борислава значно деформовані. Аналогічна ситуація в заляганні осадових порід зберігається у всіх структурно-фаціальних зонах Карпат.

Детальніше польове вивчення відслонень Берегової скиби дозволило визначити співвідношення

неогенових солоносних відкладів з олігоценовими бітумінозними сланцями менілітової світи та еоценовими нафтонасиченими глинами бистрицької світи.

Берегова скиба на ділянці досліджень має перекинута залягання, і складається з двох тектонічних субелементів, які побудовані породами менілітової світи. З південного заходу примикає перша луска Орівської скиби, представлена в зоні насуву пісковиками ямненської світи з яремчанським горизонтом в основі (рис. 2).



Умовні позначення: Відклади (світа): 1-стебницька; 2-добротівська; 3-поляницька; 4-бистрицька; 5-менілітова; 8-стрийська; горизонти: 6-ярмчанський, 7-ямненський; 9-соленосність; 10-складчастість; 11-верстуватість; 12-кремнисто-мергелистий горизонт; 13-зона тектонічного дроблення.

Південний субелемент – це комплекс перекинутих відкладів менілітової світи, складений чорними і бурими бітумінозними сланцями з пісковиками, поверхні підшови яких містять відбитки слідів течій, хвилювання, конседиментаційного оповзання осаду з косою і паралельною шаруватістю. Порооди частково розбиті кліважними тріщинами та насичені галітом. Кути падіння становлять 5-10°, а при наближенні до північної межі зростають до 30°. При цьому в розрізі проглядаються верстви клівського пісковика, сидерит-доломітові конкреції та інші характерні ознаки розрізу менілітової товщі.

Перші сотні метрів розрізу характеризуються розвитком солених неогенових глин. Після незначної перерви у відслоненості, відкривається другий тектонічний субелемент, складений товщею монтморилонізованих туфопісковиків (40 м). Стратиграфічно вище залягає пачка чорних бітумінозних сланців з трьома верстами пісковиків, яка перекрита пісковиком (5 м) з внутрішніми формаційними розмивами. Над його

покрівлю спостерігається нагромадження алохтонних карбонатних стяжнів, які насичені вуглеводними та характеризуються значним розвитком внутрішніх мінеральних інкрустацій [7].

Вище за розрізом породи набувають типового вигляду менілітових сланців, утворюючи в заплаві і бортах р. Прут горбисті виступи з вицвітами галіту. В правому борту ріки полого залягання порід порушене хвилястою складчастістю, а вниз по течії вони контактують з верхньою частиною відкладів бистрицької світи, формуючи брахіантикліналь. В лівому березі р. Прут ця структура бронюється верствою тріщинуватого пісковика з кальцитом і стронціанітом. В правому борту ріки спостерігається стікання розсолів по площині насуву менілітових сланців на брахіантикліналь (рис. 3а). В посушливий період 2015 року встановлено, що проникнення солей в пісковики менілітової світи пов'язано з капілярним ефектом. Різна степінь насичення основної маси порід галітом сприяє утворенню вицвітів бішофіту ($MgCl_2 \cdot 6H_2O$) на поверхні пісковиків (рис. 3б).



Рис.3 Сольові вицвіти галіту на контактi насуву менілітової світи на відклади бистрицької світи (правий борт р. Прут)

(а). Поверхня пісковиків менілітової світи в другій лусці Берегової скиби в районі сmt. Делятин з вицвітами галіту і бішофіту (б).

Загалом, будова Берегової скиби в смт. Ділятин ілюструє характер проявів геодинамічних процесів при тангенціальних зусиллях. Ймовірно, до початку активного розвитку плікативних та диз'юнктивних деформацій, відклади формували лежачу нафтоносну антикліналь, верхня продуктивна частина якої виявилась денудованою.

Мета статті. З метою вирішення важливих питань соленості та нафтогазоносності Карпатського регіону, проаналізовано побудований нами поперечний геологічний перетин в межах Покутського розриву в басейні р. Лючка, на правобережжі

якої виступають Покутські складки, а в пониженному рельєфі лівого берегу – ядро Добротівської антикліналі. В цій структурі спостерігаються різноманітні метасоматичні перетворення та поверхневі виходи нафти і газу в складних структурно-літологічних співвідношеннях. На побудованому геологічному перетині основна увага зосереджується на будові північного крила Добротівської антикліналі і зони переходу від Бориславсько-Покутської зони до Самбірської (рис. 4).

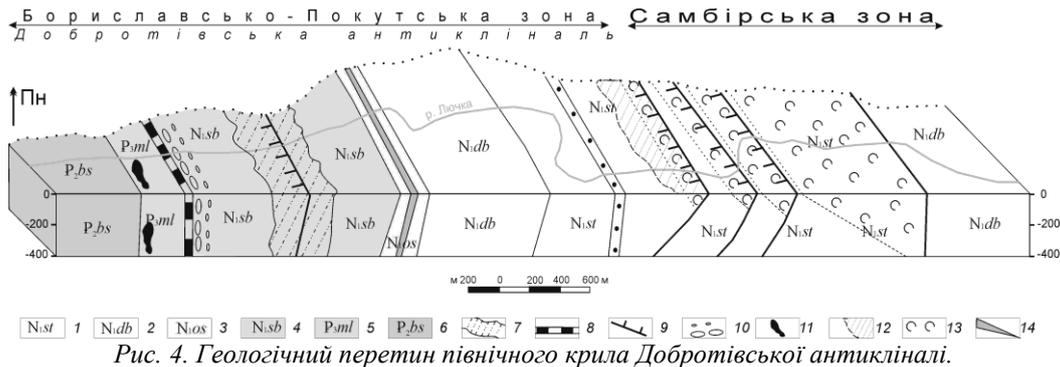


Рис. 4. Геологічний перетин північного крила Добротівської антикліналі.

Умовні позначення: 1-стебницька світа; 2-добротівська світа; 3- ославський горизонт; 4-слобідська світа; 5-менілітова; 6-бистрицька; 7-засолоненість; 8-кремнисто-мергелистий горизонт; 9-розломи; 10-конгломерати; 11-стяжіння; 12-зона виділення газу; 13-соленосність; 14-верстви гравелітів.

В долині р. Лючка (східна околиця с. Люча) відслонюється товща глинистих відкладів бистрицької світи еоцену з проверстками некарбонатних темно-сірих аргілітів, насичених нафтою в покрівлі, на яких безпосередньо знаходиться горизонт «бориславського пісковика» з карбонатними нафтонасиченими стяжіннями. На кременистому горизонті (при розмитій товщі менілітових сланців) трансгресивно залягають конгломерати слобідської світи, які вгору за розрізом переходять в ритмічне чергування насичених сіллю глин і «жупних» пісковиків. Після тектонічного розриву, що характеризується зоною дроблення зцементованої дрібними скаленоедрами кальциту, залягає товща конгломератів (500 м) слобідської світи.

Інтервал геологічного перетину від товщі перших конгломератів до низів других насичених

галітом за відсутніх формаційних ознаках галогенезу. В перехідній пачці від слобідських конгломератів до відкладів добротівської світи зафіксовані верстви гравелітів з розкристалізованим кальцитовим цементом, який збагачений вуглеводнями. Важливою особливістю цього геологічного перетину є зона проникнення на поверхню горючого газу через глинисті відклади червоноколірної товщі стебницької світи.

Розвиток поверхневих проявів нафти, метасоматичних заміщень, розподіл вуглеводнів в епігенетичних прожилках кальциту ілюструє геологічний перетин через складки Карматури і Каменистого до контакту з Самбірською зоною (долина р. Прут) (рис. 5).

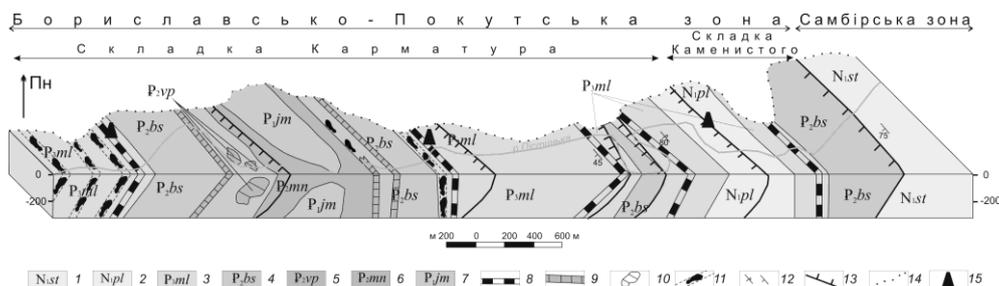


Рис. 5. Схематичний геологічний перетин по р. Пістинька (Шешори – Пістинь)

Умовні позначення: 1-стебницька світа; 2-поляницька світа; 3-менілітова світа; 4-бистрицька світа; 5-вигодсько-пасічянська світа; 6-манявська світа 7-ямненський горизонт; 8-кремнисто-мергелистий горизонт; 9-строкатий горизонт; 10-брили вапняків; 11-стяжіння; 12-елементи залягання; 13-розломи; 14-стратиграфічні межі; 15-прояви нафти.

В антиклиналі Брусного в полі розвитку нафтонасиченого «бориславського пісковика» пройдена свердловина діаметром 212 мм, де поблизу з-під кремнистого горизонту витікає сірководневе джерело з виділеннями колоїдної сірки, мельниковіту і гідротроїліту. Південне крило антиклиналі Карматура складене менілітовими сланцями з карбонатними стяжіннями, які приурочені до трьох стратиграфічних рівнів.

Від подошви кремнисто-мергелистого горизонту розвинена нептунічна дайка (15 см), яка розсікає аргілітоподібні глини від покрівлі бистрицької світи і через 45 м сходить на клин. Вниз за течією р. Пістинька відслонюються відклади палеогену. З наближенням до ядра антиклиналі, що складене масивними пісковиками ямненської світи спостерігаються другорядні диз'юнктивні порушення, а саме ядро різко занурюється в південно-східному напрямі. Корінні виступи горизонту «бориславського пісковика» розсічені прожилками низькотемпературного кальциту з перемінною степінню насичення вуглеводнями.

Далі спостерігається вузька деформована синклиналь, складена відкладами менілітової світи і обмежена в крилах кремнисто-мергелистим горизонтом. Аналогічні деформації розвинені в прилеглий до неї антиклиналі з подробленим ядром еоценових нафтонасичених глин. В обох структурних елементах з порід менілітової світи витікають водні розчини, збагачені сірководнем з виділеннями колоїдної сірки і мельниковіту. Гіпсометрично вище (між горою Клифа і витоками потоку Ардан) зафіксовано значне насичення порід поляницької світи легкою нафтою. В північній частині цього геологічного перетину між зірваним крилом антиклиналі і Самбірською зоною знаходиться тектонічний пакет, побудований менілітовими сланцями і аргілітоподібними глинами бистрицької світи, притисненими до соленосних відкладів стебницької світи неогену.

Обговорення результатів. Аналіз та інтерпретація одержаних фактичних геологічних даних свідчить про структурно-літологічний та формаційний контроль метасоматичних заміщень, поверхневих сольових і вуглеводневих проявів. Метасоматичні перетворення детально досліджувались в межах звужених стратиграфічних діапазонів олігоценових відкладів горизонту «бориславського пісковика» і неогенової товщі стебницької світи. Горизонт «бориславського пісковика» залягає на глинистих некарбонатних відкладах бистрицької світи, які містять прошарки нафтонасичених глин. В основі горизонту залягає базовий пісковик (0-5 м) попелисто-сірого кольору з горизонтальною і кошою шаруватістю, поверхнями конседиментаційних розмивів, уламками глин та слідами повзання організмів. По латералі базовий пісковик в ділянках насичення вуглеводнями характеризується суцільним окварцуванням без зміни первинних текстурних ознак і первісного об'єму породи.

Метасоматичне заміщення кварцом і халцедоном алевролітів та пісковиків визначалось міграційно-еміграційними особливостями нафти в умовах гідродинамічної обстановки елізійного режиму [6, 15]. Такі заміщення достатньо розвинені в Карпатах і обґрунтовуються встановленою закономірністю [4], що виражена залежністю степені

розкristалізації кремнезему від вмісту органічної речовини.

Особливим утворенням є підсолвова вулканогенно-осадова товща стебницької світи зі значним розвитком цеолітів і монтморилоніту по всій Самбірській зоні прогину. Очевидно, наявність легкої нафти в Лисовичах і Піддивче слід пояснювати проникненням її через молекулярні фільтри збагачених монтморилонітом і цеолітами горизонтів [12, 9]. В полі розвитку червоноколірних глинистих відкладів стебницької світи спостерігаються зони інтенсивного виділення метану.

При морфотектонічному аналізі корінних відкладів (заплави рік Прут, Лючка, Пістинька, Рибниця) простежуються дві важливі тенденції: проникнення солей в породи менілітової і стебницької світи від поверхні насуву на соленосні відклади та від безпосереднього тектонічного контакту соленосних відкладів із зонами суцільної епігенетичної загіпсованості порід. В таких ділянках часто фіксуються поверхневі газові аномалії, а по зонах тріщинуватості спостерігається швидкий (10-15 см за тиждень) ріст волокнистого гіпсу [13, 14] зі значним вмістом у ньому вуглеводнів.

Метасоматичні перетворення контролюються формаційними чинниками. Дана закономірність чітко простежується в континентальній червоноколірній товщі стебницької світи Самбірської зони Передкарпатського прогину. Відклади підсолвової вулканогенно-осадової частини розрізу характеризуються значним розвитком процесів монтморилонізації та цеолітоутворення [12, 9].

Висновки. Геологічні дані, отримані в результаті досліджень, свідчать, що в Передкарпатському прогині процеси галогенезу генетично пов'язані виключно з відкладами стебницької світи. Сольові прояви в Сілезькій і Скибовій зонах відображають складність тектонічної будови, яка визначається геодинамічними процесами з утворенням насувних структур. Це підтверджує висновок С.І. Суботіна [11] про те, що південно-західну межу Передкарпатського прогину слід шукати під Сілезькою і Чорногорською зонами.

Якщо процес міграції солей відбувався від розвальцьованих порід соленосної стебницької світи і, переважно, пов'язаний з капілярним ефектом, то структурно-формаційний контроль метасоматичних заміщень зумовлений геохімічною обстановкою гідродинамічного режиму.

Структурно-літологічний контроль метасоматичних перетворень визначався умовами інфільтраційного і елізійного режиму підземних вод, міграційно-еміграційними особливостями вуглеводнів та їх фракціонуванням під час процесу мінералоутворення. Останнє до певної міри пояснює наявність покладів легкої нафти в селах Лисовичах і Піддивче в зв'язку з її міграцією через вулканогенно-осадові відклади стебницької світи, збагачені природними молекулярними фільтрами – монтморилонітом і цеолітами.

В складній геологічній ситуації асиметричних тектонічних структур з вергентністю на північ [1], виникає необхідність суттєво уточнити роль геодинамічних процесів в Карпатах в умовах тектонічної субдукції. При цьому принципового значення набуває уточнення історії геологічного розвитку Карпатської споруди. За рядом ознак С.М. Лазько і Д.П. Резвой [5] виділяють Закарпатський глибинний

розлом, формування якого в значній мірі визначило історію геологічного розвитку всієї області Карпат.

Таким чином, реконструкція геодинамічних процесів на наведених прикладах, відображає складність геолого-геохімічної обстановки постседиментаційних перетворень [8].

Особливості структурно-тектонічних співвідношень формаційних комплексів Пракарпат і Передкарпатського прогину, їх літолого-стратиграфічна характеристика та гідродинамічний режим впливають на контроль не лише глибинних, а й поверхневих сольових та вуглеводневих проявів в Карпатській нафтогазоносній провінції.

Від Передкарпатського прогину до Внутрішніх Карпат спостерігаються численні виходи розсолів, які в означених місцях утворюють травертини і тільки в рідкісних випадках у них присутні вуглеводні. За даними пошуково-розвідувального буріння на різних глибинах спостерігається почергова зміна горизонтів прісних вод і розсолів. Нерідко в розсолах присутній бром і йод, походження яких пояснюється відтискуванням седиментаційних вод. Проте геологи-нафтовики неодноразово звертали увагу на наявність галіту в осадових породах, що не мають ознак евапоритових формацій.

Площини насувів між пластинами містять фрагменти палеогенових порід ямненської, манявської, бистрицької світ та розвальцьовані відклади соленосної формації стебницької світи. Солі цієї світи знизу проникають у відклади менілітової світи в структурних елементах Берегової скиби, Покотських Карпат та Добротівської антикліналі. В чолі насувів утворюють подекуди значні нагромадження, які розглядаються рядом дослідників як прояв криптодіапіризму. Інтенсивне насичення порід галітом спостерігається в конгломератах нижньої частини розрізу слобідської світи (с. Люча).

В тектонічному пакеті, складеному частинною розрізу мідистих пісковиків стебницької світи з насиченням з глибини солями, рудна мінералізація повністю вилугувана. На незначному віддаленні в цьому пакеті виявлено гніздо рудної мінералізації складене халькозином, сафлоритом, кобальтином прикриті з поверхні висипками сферолітів лозеїту (с. Ланчин).

В Сілезькому покриві виявлено єдиний пакет складений строкатоколірними відкладами стебницької світи. Очевидно, що всі поверхневі виходи розсолів пов'язані з деінтегрованими соленосними відкладами цієї світи.

В умовах складних структурно-тектонічних співвідношень формаційних комплексів визначених проявом напізму і контрастно вираженою асиметрією просторового положення пакетів в системі 3D простору перспективу нафтоносності Карпат доцільно розглядати з позицій генетичних принципів геодинаміки [2].

Список літератури:

1. Ажгирей Г.Д. Тектоническая ссубдукция (Карпаты, Балканы, Динариды) / Г.Д. Ажгирей, С.М. Кропачев // В кн.: Геология Советских Карпат. – К.: Наукова думка, 1984. – С. 3-11

2. Крупський Ю.З. Геодинамічні умови формування нафтоносності Карпатського та Волино-Подільського регіонів України. / Ю.З. Крупський - К., Укр ІНДІ. 2001. - 144с.

3. Ладыженский Н.Р. Геологическое строение и газоносность Советского Предкарпатья / Н.Р. Ладыженский, В.И. Антипов // - М.: Гостоптехиздат, 1961. – С. 266.

4. Лазаренко Є.К., Габінет М.П., Сливко О.П. Мінералогія осадових утворень Прикарпаття / Є. К. Лазаренко, М. П. Габінет, О. П. Сливко. – Львів: Вид во Львів. ун ту, 1962. — 482 с.

5. Лазько Е.М., Резвой Д.П. О тектонической природе зоны Карпатских утесов / Е.М. Лазько, Д.П. Резвой. – Вісник Львів. ун-ту, серія геологічна, 1962. – Вип. 1. – С. 62-65.

6. Петруняк Г.М. О напизме, солёности и углеводородах Береговой скибы Карпат в районе Дилитина / Г.М. Петруняк, О.М. Черемисская, Ю.В. Черемисский, М.Д. Петруняк // Сб. материалов конф. – Тула, 2015. – С. 203-212.

7. Петруняк Г. М. Углеводородно-минеральный метасоматоз Украинских Карпат // Г. М. Петруняк. – Вопросы естествознания. – Иркутск, 2016. – 1(9). – 152 с.

8. Петруняк Г.М. Вуглеводневий метасоматоз геогенерацій у зв'язку з геодинамічними процесами в Карпатській нафтогазоносній провінції / Г.М. Петруняк, О.М. Череміська, Ю.В. Череміський // Збірник матеріалів міжнародної наукової конференції. – К. – 2014 р. – С. 65.

9. Петруняк М.Д. Аутигенні мінерали осадового циклу на Прикарпатті, зональний розподіл та стадійність їх формування / М.Д. Петруняк, О.М. Череміська // Зб. наукових праць. – К. – 2013 – С. 276-280.

10. Рипун М.Б. Про деякі аутигенні мінералоутворення в нафтових відкладах Передкарпаття. / М.Б. Рипун, Л.Г. Ткачук // Геологічн. Журнал – 1958. – Т. XVIII, вип. 4. – С. 32 – 37.

11. Субботин С.И. Глубинное строение Советских Капат / С.И. Субботин. – К., Изд. АН УССР, 1955. – 258 с.

12. Черемисская О.М. Геолого-структурные и палеогеографические аспекты формирования отложений стебницкой свиты Предкарпатского прогиба // О.М. Черемисская, Ю.В. Черемисский – Новосибирск: ИНГГ СО РАН, 2013. – С. 251-254.

13. Череміський Ю.В. Процеси новітнього мінералоутворення як індикатор неотектонічної активності // Ю.В. Череміський. – Мін. Зб. – 2012. – №62. Вип. 2. – С. 290 -293.

14. Череміський Ю.В. Тектоніка конседиментогенезу Передкарпатського прогину Центрального Паратетису / Ю.В. Череміський // Геодинаміка 1 (14). – 2013. – С. 98 -100.

15. Tołwiński K. Z geologii południowej strefy przedgórz polskich Karpat Wchodnich / K. Tołwiński. – Sprawozdanie P.I.G. – Warszawa, 1927. – Т. IV, z. 1-2.

16. Windakiewicz E. Występowanie soli w Polsce. / E. Windakiewicz // Życie techniczne. – Lwów, 1939. – Rok XV, zeszyt 1-2. – S. 41 – 50.

НАУКИ О ЗЕМЛЕ

Lisenkov A.A.

doctor of technical sciences, professor
Institute of Mining named after D.A. Kunaev

INTERVAL RATIONING OF MINERAL RESERVES ACCORDING TO THE DEGREE OF READINESS FOR MINING

Лисенков Александр Александрович

доктор технических наук, профессор
Институт горного дела имени Д.А. Кунаева

ИНТЕРВАЛЬНОЕ НОРМИРОВАНИЕ ЗАПАСОВ ПОЛЕЗНЫХ ИСКОПАЕМЫХ ПО СТЕПЕНИ ПОДГОТОВЛЕННОСТИ К РАЗРАБОТКЕ

Summary: The analysis of the prehistory and the current state of the problem of rationing mineral reserves with varying degrees of preparedness for mining was carried out. It is concluded that there are a large number of outstanding issues to date, both in theory and in the practice of rationing mineral reserves. The economic-mathematical models of general type are proposed, intended for solving the problems of interval rationing of reserves ready for production in a static and dynamic formulation.

Аннотация: Выполнен анализ предыстории и современного состояния проблемы нормирования запасов полезных ископаемых с разной степенью подготовленности к разработке. Сделан вывод о наличии большого числа нерешенных до настоящего времени вопросов как в теории, так и в практике нормирования запасов полезных ископаемых. Предложены экономико-математические модели общего вида, предназначенные для решения задач интервального нормирования готовых к выемке запасов в статической и динамической постановке.

Key words: mineral reserves, readiness for mining, rationing, modeling, standards, intervals, statics, dynamics.

Ключевые слова: запасы полезных ископаемых, готовность к добыче, нормирование, моделирование, нормативы, интервалы, статика, динамика.

Постановка проблемы

Проблема нормирования запасов полезных ископаемых по степени подготовленности к разработке является одной из важных проблем управления процессами и объектами недропользования, успешное решение которой может оказать значительное положительное влияние на экономику и деятельность горнодобывающих предприятий. Настойчивые попытки ее решения предпринимались как в советском, так и постсоветском периодах, однако они не увенчались успехом.

Созданная в СССР научно-методическая база нормирования вскрытых, подготовленных и готовых к выемке запасов при открытой и подземной разработке месторождений представлена диссертациями И.И. Бессонова [1], Н.Х. Загирова [2], А.Е.Терещенко [3], монографиями Я.М. Адигамова и В.Н. Зарайского [4], А. Ф. Богачева [5], многочисленными статьями и отчетами о результатах исследований, выполненных в разных организациях. Научные достижения в данной области нашли свое частичное отражение в отраслевых нормативных документах того времени [6-12]. Кроме того, для некоторых крупных предприятий были выполнены локализованные методические разработки и инструкции, учитывающие специфические особенности разрабатываемых месторождений и предназначенные для внутреннего пользования, например, для Донского ГОКа [13, 14], ССГОКа [15] и др.

После распада СССР все эти документы никем не пересматривались и не были адаптированы к новым, рыночным условиям работы горнодобывающих предприятий. Поэтому, несмотря на радикальные перемены, они формально, за неимением ничего другого, продолжают применяться на практике и в настоящее время. Это в какой-то степени страхует предприятия от попадания в ситуации нехватки вскрытых, подготовленных и готовых к выемке запасов со всеми негативными их последствиями. Лишь наиболее продвинутые из них, понимая всю важность и необходимость решения задач нормирования запасов на новой научной основе, пытаются самостоятельно или с привлечением сторонних организаций и специалистов создавать локализованные методические разработки корпоративного уровня.

Казалось бы, переход к рынку должен был еще больше актуализировать данную проблему, так как просчеты в нормировании запасов неизбежно наносят экономический ущерб и снижают конкурентный потенциал предприятий, разрабатывающих месторождения полезных ископаемых. Это происходит или из-за срыва поставок минерального сырья их потребителям, или по причине «замораживания» (изъятия из оборота) денежных средств, вложенных в воспроизводство и поддержание вскрытых, подготовленных и готовых к выемке запасов. Задача минимизации экономических последствий таких явлений должна решаться вначале на стадии проек-

тирования карьеров и шахт, а затем уже непосредственно в процессе их деятельности. Однако сегодня мало где пытаются оптимизировать нормативы запасов полезных ископаемых и получить за счет этого экономический эффект в виде сокращения затрат на восполнение избыточных запасов полезных ископаемых и на поддержание их объемов на необходимом, научно обоснованном уровне.

Причина такого положения кроется, с одной стороны, в большой сложности рассматриваемой проблемы, а с другой, - в недопонимании важности и необходимости ее решения со стороны собственников и топ-менеджеров многих действующих предприятий. Изменить сложившуюся ситуацию можно только при условии активизации исследований рассматриваемой проблемы и привлечения внимания к ней как государственных, так и корпоративных органов управления.

Анализ последних исследований и публикаций

В обновляемом научно-методическом обеспечении нормирования запасов можно выделить два направления решения проблемы: общее и локализованное. В рамках первого [16-20] разрабатываются единые научные основы нормирования запасов полезных ископаемых по степени их технологической готовности к добыче, применимые для всех горнодобывающих предприятий. При этом основное внимание уделяется вопросам нормирования запасов полезных ископаемых в условиях открытого способа разработки и, в гораздо меньшей степени, - подземного. Такие работы, ориентированные на комбинированный способ разработки вообще отсутствуют.

В рамках второго направления учитываются, кроме общих, специфические особенности разработки месторождений разных промышленных типов, применяемых способов, систем и технологий разработки. В последние годы такие локализованные исследования выполнялись на целом ряде крупных предприятий, в числе которых ОАО «Левобединский ГОК» [21], Алмазодобывающая компания АЛРОСА [22], АО «СУЭК-Красноярск» [23], ЗФ ПАО «Норильский никель» [24], Таштагольский рудник ОАО «Евразруда» [25], АО "Севердмет" [26] и др.

Выделение нерешенных ранее частей общей проблемы

Анализ работ как общего, так и локализованного направлений исследований, опубликованных в последние годы, позволил прийти к выводу о том, что в них учтены далеко не все аспекты рассматриваемой проблемы. Наименее проработанными на данный момент являются вопросы, связанные с учетом влияния на нормативы запасов полезных ископаемых всего комплекса экономических, динамических и вероятностных факторов. Наличие в научной базе таких «белых пятен» снижает обоснованность предлагаемых решений и, как следствие, негативно отражается на нормативной базе нормирования запасов.

Так, в новом Кодексе «О недрах и недропользовании Республики Казахстан» [27], введенном в действие в 2018 году, нет ни одного пункта, относящегося к сфере нормирования запасов разных категорий готовности к их разработке. Предельно сжатый свод соответствующих правил можно найти только в «Единых правилах по рациональному и комплексному использованию недр при разведке и добыче полезных ископаемых» [28], но все они носят декларативный характер и вызывают больше вопросов, чем дают ответов.

Характеризуя в целом современное состояние области знаний, относящихся к данной проблеме, можно сказать, что накопленное их количество все еще не перешло в желаемое качество. По этой причине крайне низким остается и уровень нормативного обеспечения задач нормирования запасов, которые приходится решать на практике.

Цели статьи

Цели данной статьи заключаются в том, чтобы:

1. Показать всю сложность проблемы и необходимость скорейшего ее решения.
2. Акцентировать внимание на наименее изученных аспектах проблемы.
3. Предложить собственное виденье того – как конкретно должна решаться проблема и какой инструментарий для этого необходим.
4. Привлечь внимание государственных и корпоративных органов управления к рассматриваемой проблеме.

Изложение основного материала

Обзор предыстории и современного состояния рассматриваемой проблемы приводит к следующему логичному вопросу – почему, несмотря на более чем полувековой период проведения исследований в данной области, проблема все еще не решена в полном ее объеме?

Ответ на этот вопрос дает структуризация проблемы и ее представление в виде совокупности возможных постановок менее сложных задач, отличающихся друг от друга одним или несколькими признаками. Эти признаки конкретизируют условия, в которых могут решаться задачи нормирования запасов полезных ископаемых, а также требования, предъявляемые к их постановке и решению. Рассмотрим множество таких признаков подробнее.

Задачи нормирования запасов полезных ископаемых необходимо решать как на стадии проектирования, так и непосредственно на действующих предприятиях, разрабатывающих месторождения полезных ископаемых открытым, подземным или комбинированным способами. Поэтому количество возможных комбинаций признаков, характеризующих условия решения этих задач: $N_1 = 2 \times 3 = 6$.

Следующая группа признаков учитывает базовые требования, которые предъявляются к результатам нормирования. Прежде всего это их техническая обоснованность, в том числе:

- а) с учетом или без разделения на природно-технологические типы руд;

б) с учетом или без учета требований к стабилизации качества формируемых рудопотоков;

Техническая обоснованность нормативов может дополняться требованием их экономической обоснованности или не предусматривать этого.

Следовательно, количество возможных комбинаций базовых требований составляет: $N_2 = 2^3 = 8$.

При постановке рассматриваемых задач, кроме базовых, могут учитываться другие, дополняющие требования. Например, задача нормирования должна решаться в статической или динамической постановке, с учетом или без учета влияния вероятностных факторов.

Поэтому количество возможных комбинаций дополнительных требований: $N_3 = 2^2 = 4$.

Отсюда следует вывод, что общее количество возможных постановок задач нормирования запасов полезных ископаемых составляет:

$$N = N_1 \times N_2 \times N_3 = 192.$$

Если к рассмотренным выше признакам добавить возможность применения традиционного, расчетного или оптимизационного подходов к решению рассматриваемого комплекса задач, то эта цифра должна быть удвоена.

Таким образом, даже укрупненная структуризация изучаемой проблемы указывает на огромное поле для дальнейшей научной и практической деятельности, главным смыслом которой должно стать устранение «белых пятен», имеющих в данной области знаний. И не удивительно, что «вспахать» достаточно глубоко это поле не смогли несколько поколений ученых и специалистов, тем более что для этого имелись объективные причины - перестройка, распад СССР, рынок, шоковая терапия и все, что с этим связано.

На данный момент наименее разработанными являются системные, экономические, динамические и вероятностные аспекты решения задач нормирования запасов в рыночных условиях. На устранение этих «пробелов» в существующей научно-методической базе должны быть направлены усилия исследователей, работающих в данной сфере.

Переход к рынку радикально изменил общую ситуацию, в которой приходится решать задачи управления процессами и объектами недропользования, включая задачи нормирования запасов полезных ископаемых. Теперь на первый план вышли интересы собственников предприятий, разрабатывающих месторождения, запасы которых находятся в государственной собственности. Поэтому очень важна обоюдная заинтересованность государства и частного капитала в устойчивом функционировании и развитии всего горнодобывающего комплекса.

В гораздо большей степени заинтересовано в этом общество. Однако в молодых демократиях, образовавшихся на постсоветском пространстве, именно общество является наиболее слабым звеном в системе «государство-бизнес-общество». В отличие от развитых стран оно еще не готово отстаивать

свои интересов и влиять на решения, принимаемые в государственных и корпоративных структурах управления.

Изменить ситуацию к лучшему можно и нужно, если целенаправленно искать и находить способы достижения и поддержание баланса интересов всех заинтересованных сторон.

Применительно к рассматриваемой проблеме это означает, что при постановке и решении задач нормирования запасов полезных ископаемых необходимо обеспечить минимизацию экономических последствий (ущерба), наносимого экономике предприятий (а значит их собственникам, государству и обществу в целом) при реализации на практике ошибочных, неоптимальных решений. Следствием этих ошибок является как дефицит, так и избыток запасов разных категорий готовности к добыче, а также упущенные возможности получения бизнесом дополнительных доходов, государством – дополнительных налогов и отчислений, а обществом – дополнительных социальных благ. Поэтому всем заинтересованным сторонам нужно научиться превращать имеющиеся возможности в «выгоду для всех», то есть искать, находить и принимать к реализации только оптимальные, сбалансированные проектные и управленческие решения.

К сожалению, сегодня в проектных организациях и действующих предприятиях в недостаточных масштабах используют такой эффективный инструмент обоснования оптимальных решений, каким являются экономико-математические модели задач проектирования и управления производством, включая задачи нормирования запасов полезных ископаемых. Создав комплекс моделей этих задач можно «проигрывать» разные ситуации, которые возникают на практике, выполнять расчеты по обоснованию оптимальных значений нормативов вскрытых, подготовленных и готовых к выемке запасов, вводить их в действие и при необходимости оперативно корректировать с учетом изменений, происходящих во внешней и внутренней среде.

Покажем это на примере одной из таких моделей, предназначенной для решения задачи нормирования готовых к выемке запасов в статической постановке, без учета влияния случайных факторов на получаемые результаты.

Словесная формулировка этой задачи:

- найти такие нормативные значения готовых к выемке запасами, выраженные в единицах массы и в единицах времени, при которых достигается экстремальное значение выбранного критерия оптимальности и обеспечивается выполнение и перевыполнение шахтой месячных планов добычи руды.

Экономико-математическая модель этой задачи имеет вид:

$$\text{Э extr} \quad (1)$$

При

$$H_{ГВЗ}^- \leq H_{ГВЗ} \leq H_{ГВЗ}^+, \quad (2)$$

$$H'_{ГВЗ} \leq H'_{ГВЗ} \leq H'_{ГВЗ} + \quad (3)$$

$$N_{ГВЗ} = N'_{ГВЗ} \cdot A_{пл}, \quad (4)$$

$$A_{ф} \geq A_{пл}, \quad (5)$$

где \mathcal{E} – критерий оптимальности принимаемых решений;

$N_{ГВЗ}$ и $N_{ГВЗ}^+$ – соответственно нижний и верхний пределы норматива готовых к выемке запасов $N_{ГВЗ}$, выраженного в единицах массы;

$N_{ГВЗ}^-$ и $N_{ГВЗ}^+$ – соответственно нижний и верхний пределы норматива готовых к выемке запасов $N_{ГВЗ}$, выраженного в единицах времени;

$A_{ф}$ и $A_{пл}$ – соответственно фактическая и плановая производительность шахты по руде.

Функция цели (1) в модели (2) - (5) учитывает экономические последствия решений, принимаемых в отношении нормативов готовых к выемке запасов полезного ископаемого.

Двухсторонние неравенства (2) и (3) задают пределы возможных значений нормативов готовых к выемке запасов, выраженных соответственно в единицах массы и единицах времени.

Ограничение (4) учитывает взаимосвязь нормативов $N_{ГВЗ}$ и $N'_{ГВЗ}$.

Неравенство (5) отражает требование выполнения и перевыполнения шахтой заданного плана добычи руды.

В качестве критерия оптимальности поставленной задачи принимается величина суммарного экономического ущерба от разбалансированности системы обеспечения шахты готовыми к выемке запасами:

$$\mathcal{E} = (Y_1 + Y_2) \min, \quad (6)$$

где Y_1 - экономический ущерб от снижения производительности шахты по причине дефицита готовых к выемке запасов;

Y_2 - экономический ущерб от «замораживания» денежных средств в избыточных запасах.

На рисунке 1 показаны графики, отражающие зависимость норматива готовых к выемке запасов, выраженного в единицах массы $N_{ГВЗ}$, от месячной производительности шахты $A_{пл}$ и нормативного срока обеспеченности шахты готовыми к выемке запасами $N'_{ГВЗ}$, выраженного в единицах времени.

В представленной системе координат располагается множество возможных решений задачи (1) – (5).

Цель оптимизации нормативов $N_{ГВЗ}$ и $N'_{ГВЗ}$ заключается в выборе из этого множества такого решения, при реализации которого суммарный экономический ущерб от разбалансированности системы обеспечения шахты готовыми к выемке запасами будет минимальным.

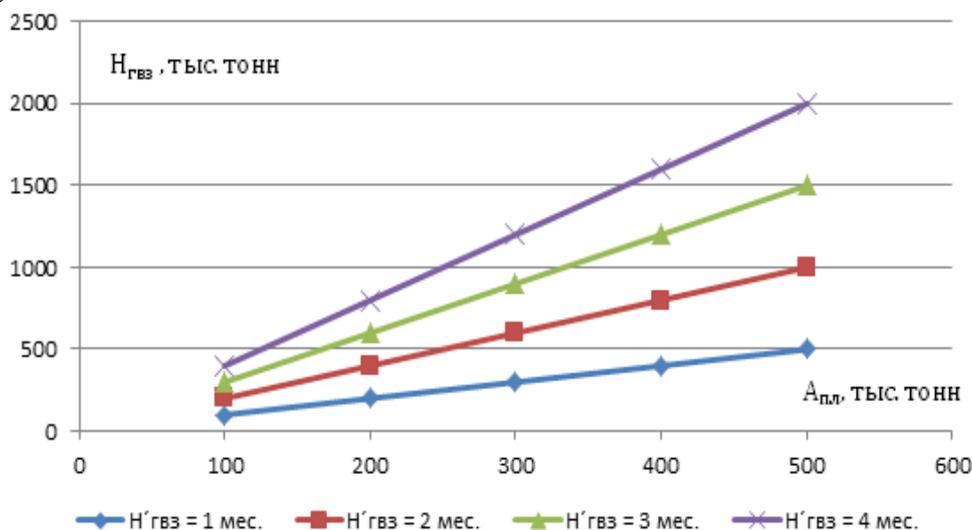


Рис. 1. Зависимость норматива готовых к выемке запасов, выраженного в единицах массы $N_{ГВЗ}$, от месячной производительности шахты $A_{пл}$ и нормативного срока обеспеченности шахты готовыми к выемке запасами $N'_{ГВЗ}$

График функции цели (6) имеет форму асимметричной вогнутой кривой, показанной на рис. 2.

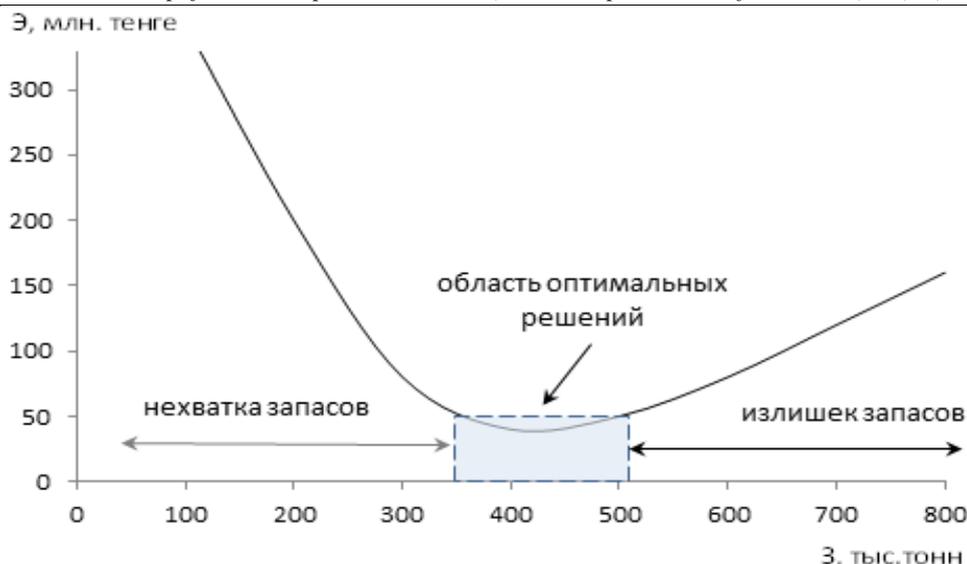


Рис. 2. График функции цели (6)

Левая ветвь этой кривой отражает влияние объема готовых к выемке запасов Z на первую составляющую экономического ущерба \mathcal{E} , а правая – на его вторую составляющую. Вблизи точки перегиба этой кривой располагается область оптимальных, сбалансированных решений, в пределах которой негативные последствия нехватки и избытка готовых к выемке запасов на экономику шахты становятся минимальными. По расположению этой области на оси абсцисс можно определить нижнюю $H_{ГВЗ}^-$ и верхнюю $H_{ГВЗ}^+$ границы интервала оптимальных значений норматива готовых к выемке запасов, выраженного в единицах массы. Затем, используя равенство (4), для заданной плановой производительности шахты по руде $A_{пл}$ рассчитываются нижняя $H'_{ГВЗ}^-$ и верхняя $H'_{ГВЗ}^+$ границы интервала оптимальных значений норматива готовых к выемке запасов, выраженного в единицах времени.

Динамическая запись модели рассматриваемой задачи имеет вид:

$$\text{При } \mathcal{E}(t) = Y_1(t) + Y_2(t) \min, \quad (7)$$

$$H_{ГВЗ}^-(t) \leq H_{ГВЗ}(t) \leq H_{ГВЗ}^+(t), \quad (8)$$

$$H'_{ГВЗ}^-(t) \leq H'_{ГВЗ}(t) \leq H'_{ГВЗ}^+(t), \quad (9)$$

$$H_{ГВЗ}(t) = H'_{ГВЗ}(t) \cdot A_{пл}(t), \quad (10)$$

$$A_{ф}(t) \geq A_{пл}(t). \quad (11)$$

Все элементы этой модели поставлены в зависимость от времени t с целью выявления влияния этого важного фактора на результаты решения задачи нормирования готовых к выемке запасов полезного ископаемого. При $t = \text{const}$ динамическая модель (7) – (11) превращается в исходную, статическую модель (1) – (5).

Организовав мониторинг показателей, влияющих на нормативы запасов, и замкнув наблюдаемые их значения на вход динамической модели () –

(), можно с ее помощью по мере необходимости пересчитывать и затем вводить в действие нормативы, поддерживая таким образом всю систему обеспечения шахты готовыми запасами в оптимальном, сбалансированном состоянии.

Выводы и предложения

Проведенное исследование позволило прийти к выводу о том, что несмотря на большие усилия, приложенные несколькими поколениями ученых и специалистов к решению проблемы нормирования запасов полезных ископаемых по степени подготовленности к добыче, она все еще далека до своего решения.

Главная причина этого кроется, с одной стороны, в большой сложности проблемы, что подтверждается результатами ее структуризации, а с другой – в недопонимании важности и актуальности рассматриваемой проблемы со стороны государства, бизнеса и общества. Для стран, добывающих в больших объемах полезные ископаемые, будет большой и неоправданной роскошью растянуть решение проблемы на следующие полвека. Поэтому исследователям, работающим в этой области, нужно сконцентрировать свои усилия на наименее изученных системных, динамических, вероятностных и экономических аспектах проблемы, а государственным и корпоративным органам управления при активном участии общественных организаций оказывать им в этом действенную помощь и поддержку.

Эффективным инструментарием, предназначенным для решения задач нормирования запасов полезных ископаемых по степени подготовленности к добыче, могут стать их экономико-математические модели, которые все еще редко применяются в сфере проектирования и управления горным производством. В качестве приведены две таких модели, предназначенные для решения статических и динамических задач нормирования готовых к выемке запасов полезного ископаемого в условиях

действующей шахты. Принципиально важным является возможность получения на их основе интервальных значений нормативов запасов, которые по сравнению с традиционными, точечными их значениями в большей степени соответствуют реальным, часто меняющимся условиям работы шахт и рудников рынка. Но еще более важной является возможность минимизации с их помощью экономических последствий принятия ошибочных решений при нормировании запасов полезных ископаемых в современных условиях.

Список литературы:

1. Бессонов И.И. Факторы, определяющие нормативы запасов по степени подготовленности и методики их определения. Дисс. на соиск. учен. степени канд. техн. наук. – М., 1964 г. - 136 с.
2. Загиров Н.Х. Научные основы определения оптимальной величины запасов руды по степени подготовленности при подземной разработке рудных месторождений. - Дисс. на соиск. учен. степ. д-ра техн. наук.- М.,1970.- 415 с.
3. Терещенко А.Е. Управление подготовленностью запасов при подземной разработке железорудных месторождений. - Дисс. на соиск. учен. степ. канд. техн. наук. - М.: ВИОГЕМ, 1983.-184 с.
4. Адигамов Я.М., Зарайский В.Н. Нормирование запасов по степени подготовленности к добыче. - М.: «Недра»,1978.- 264 с.
5. Богачев А. Ф. Управление запасами горной массы и надежность работы карьера. М.: «Недра» 1979. - 200 с.
6. Методические указания по определению нормативов подготовленных запасов и контролю за обеспеченностью ими при подземном способе разработки рудных месторождений. - Ленинград, ВНИМИ, 1963. – 48 с.
7. Методические указания по определению нормативов подготовленности запасов полезных ископаемых по степени подготовленности к добыче на горных предприятиях Минчермета СССР. - Белгород, ВИОГЕМ, 1980. - 86 с.
8. Инструкция по определению и учету вскрытых, подготовленных и готовых к выемке запасов полезных ископаемых на горных предприятиях МЧМ СССР. - Белгород: ВИОГЕМ, 1974. - 39 с.
9. Методические указания по определению нормативов запасов полезных ископаемых по степени подготовленности к добыче на горных предприятиях Минчермета СССР.- Белгород, ВИОГЕМ, 1980. - 86 с.
10. Методические рекомендации по определению нормативов запасов полезных ископаемых по степени подготовленности к добыче на стадии проектирования горных предприятий Минчермета СССР.- Белгород, ВИОГЕМ, 1981. - 24 с.
11. Методические указания по определению нормативов запасов железной, хромитовой руды и объемов скальной вскрыши по степени подготовленности к выемке при проектировании карьеров

Минчермета СССР.- Белгород, ВИОГЕМ, 1988.- 8 с.

12. Нормы технологического проектирования горнодобывающих предприятий черной металлургии с открытым способом разработки. – Ленинград, Гипроруда, 1986. – 215 с.

13. Инструкция по определению нормативов запасов по степени подготовленности к добыче при подземной разработке хромитовых руд Донского ГОКа. Белгород, ВИОГЕМ, 1986.- 17 с.

14. Отчет о научно-исследовательской работе «Разработка и внедрение методики нормирования запасов хромитовых руд по степени подготовленности к добыче на карьерах и шахтах Донского ГОКа» (заключительный).- Белгород, ВИОГЕМ, 1987.-87 с.

15. Отчет о научно-исследовательской работе «Расчет нормативов запасов готовых, подготовленных, вскрытых для подземных работ ССГОКа» (заключительный). - Свердловск, СГИ им. В.В. Вахрушева, 1978. – 61 с.

16. Ракишев Б.Р., Ракишев Е.Б. Целесообразное соотношение между видами запасов горных пород на открытых разработках//Горный информационно-аналитический бюллетень (научно-технический журнал), 2007, Выпуск № 04: 270-276.

17. Куттыбаев А.Е., Саменов Г.К., Кожантов А.У. Установление объемов подготовленных запасов горных пород в рабочей зоне карьера// Труды II Международной научной конференции: Высокие технологии – залог устойчивого развития, 2012.- II том:147-150.

18. Фомин С.И., Пономарев А.И., Шевелев В.А.. Нормирование готовых к выемке запасов при формировании рабочей зоны карьера/ Геотехнология. Известия ТулГУ. Науки о Земле. 2012. Вып. 2: 176-183.

19. Фомин С.И., Чан Динь Бао, Базарова Е.И. Нормирование запасов руды по степени подготовленности к выемке при проектировании открытой разработки месторождений// Маркшейдерия и Недропользование,2017, № 2 (88): 57- 60.

20. Рычкова М.А., Зайцева Е.В., Иванов Д.Г. Обеспечение рудника вскрытыми запасами с учетом фактора надежности производственных процессов// Молодёжь и наука: Сборник материалов VIII Всероссийской научно-технической конференции студентов, аспирантов и молодых учёных, посвященной 155-летию со дня рождения К. Э. Циолковского [Электронный ресурс]. - Красноярск: Сибирский федеральный ун-т, 2012.- Режим доступа: <http://conf.sfu-kras.ru/sites/mn2012/section09.html>

21. Мининг С.С. Нормирование запасов железистых кварцитов по степени подготовленности к добыче в карьере ОАО «Лебединский ГОК»//Горный информационно-аналитический бюллетень (научно-технический журнал), 2005, Выпуск № 4:155-157

22. Акишев А.Н., Бахтин В.А., Васильев П.В. Нормирование запасов при выемке кимберлитовых руд с учетом извлекаемой ценности алмазов// Горный информационно-аналитический бюллетень

(научно-технический журнал). - 2010, № 12: 222-226.

23. Федоров А.В., Ромашкин Ю.В. Управление подготовленными к выемке запасами угля на разрезах СУЭК в целях оптимизации операционных затрат//Горный информационно-аналитический бюллетень, 2016, № 5: 364 -379.

24. Подкуйко Н. В., Симонин П. В., Вохмин С. А., Зайцева Е. В. Актуализация нормирования запасов полезных ископаемых по степени подготовленности к выемке на рудниках ГМК «Норильский никель»// Горный журнал, 2015, №6: 51-54

25. Вохмин С.А., Загиров Н.Х., Курчин Г.С., Зайцева Е.В. К вопросу оценки обеспеченности Таштагольского рудника подготовленными и готовыми к выемке запасами// Маркшейдерия и недропользование, 2014, №3 (71): 44-51.

26. Едигарьев В. Г. Обоснование подготовленных и готовых к выемке запасов при разработке пологопадающих маломощных месторождений (На

примере рудников АО "Севредмет"). Автореф. канд. дисс. – Апатиты, Горный институт Кольского научного центра Российской академии наук, 1996.- 21 с.

27. Кодекс Республики Казахстан от 27 декабря 2017 года № 125-VI ЗРК О недрах и недропользовании.

28. Единые правила по рациональному и комплексному использованию недр при разведке и добыче полезных ископаемых. Утверждены совместным приказом Министра по инвестициям и развитию Республики Казахстан от 17 ноября 2015 года № 1072 и Министра энергетики Республики Казахстан от 30 ноября 2015 года № 675.

Это исследование выполнено в рамках целевой научно-технической программы «Технологическая модернизация горных производства на основе перехода к цифровой экономике» (№ BR05236712)

Medeu Akhmetkal Rahmetullaevich

*Academician of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan,
Director of the Institute of Geography of the Ministry of Education and Science of the
Republic of Kazakhstan, Almaty*

Blagoveshchensky Victor Petrovich

Doctor of Geographical Sciences,

*Chief Researcher at the Institute of Geography of the Ministry of Education and Science of the
Republic of Kazakhstan, Almaty*

Ranova Sandugash Usenovna

Candidate of Geographical Sciences,

Head of the Department of Natural Hazards, Institute of Geography, MES RK, Almaty

Mukhlisova Amarkhan Yakubovna

Junior Researcher Institute of Geography, MES RK, Almaty

ASSESSMENT AND CARTOGRAPHY OF VILLAGE RISK IN THE BASINS OF THE RIVERS OF THE RIVER AND ULKEN ALMATY RIVERS

Medeu Akhmetkal Rahmetullaevich

*Академик НАН РК, директор Института географии МОН РК,
г. Алматы*

Благовещенский Виктор Петрович

*Доктор географических наук, главный научный сотрудник
Института географии МОН РК, г. Алматы*

Ранова Сандугаш Усеновна

*Кандидат географических наук, руководитель лаборатории природных опасностей,
Институт географии МОН РК, г. Алматы*

Мухлисова Амархан Якубовна

*Младший научный сотрудник Института географии МОН РК,
г. Алматы*

ОЦЕНКА И КАРТОГРАФИРОВАНИЕ СЕЛЕВОГО РИСКА В БАСЕЙНАХ РЕК КИШИ И УЛКЕН АЛМАТЫ

Аннотация. В статье рассматриваются вопросы, связанные с оценкой и картографированием селевого риска в бассейнах рек Киши и Улкен Алматы. Оценка селевого риска проводится на основе трех составляющих: экономической, социальной и экологической.

Abstract. The article considers issues related to the estimation and mapping of mud flow risk in the basins of the Kishi and Ulken Almaty rivers. Risk estimation of mud flows is carried out on the basis of three components: economic, social and environmental.

Ключевые слова: селевой риск, экономический риск, социальный риск, экологический риск, объем, оценка и картографирование селевого риска.

Key words: mud flow risk, economic risk, social risk, environmental risk, volume, estimation and mapping of mudflow risk.

Оценка селевого риска проводится на основе трех составляющих: экономической, социальной и экологической, а в качестве общего критерия оценки риска принят денежный показатель.

Экономическая составляющая селевого риска определяется как пообъектно (R_i^E), так и по бассейну реки (R_B^E).

$$R_i^E = \sum \bar{p}_i \times EV_i$$

$$R_B^E = \sum R_i^E$$

Где, EV_i – оценочная экономическая стоимость восстановления i -го объекта. \bar{p}_i – вероятность воздействия селевого потока на i -й объект.

Несмотря на большой накопленный научный и прикладной опыт изучения и борьбы с селевыми потоками, на данном этапе исследования не представляется возможной точная прогнозная оценка времени и величины селевого потока. В этих условиях для оценки вероятности селевой опасности оптимальным является использование сценарных подходов для определения основных параметров: частоты селепроявлений и устойчивости объектов к их воздействиям.

Повторяемость или частота селей определялась по материалам многолетних наблюдений. Повторяемость селей определялась по трем категориям.

- Очень редкая – реже 1 раза в 100 лет.
- Редкая – 1 раз в 50-100 лет.
- Частая – чаще 1 раза в 50 лет.

По устойчивости к воздействию селей все объекты разделены на три категории.

- Высокая – объект получает незначительные повреждения, не теряя своих функциональных способностей.
- Средняя – объект получает значительные повреждения. При этом он частично теряет свои функциональные способности, которые могут быть восстановлены.
- Низкая – объект уничтожается полностью.

Опасность селепроявления прямо зависит от мощности селевого потока, который оправляют его разрушительный характер, и делится на следующие категории:

- очень крупные сели – более 1000 тыс. м³;
- крупные сели – 100-1000 тыс. м³;
- средние сели – 10-100 тыс. м³;
- мелкие сели – менее 10 тыс. м³.

При этом селевой риск, в целях выбора оптимального способа управления им, может определяться в виде следующих показателей: максимального единовременного селевого риска, суммарного селевого риска в течение заданного многолетнего периода, ежегодного селевого риска. Максимальный единовременный риск определяется в предположении случая прохождения самого крупного из возможных для данного селевого объекта селевого

потока. Суммарная оценка селевого риска в течение заданного промежутка времени складывается из ущербов, наносимых на исследуемой территории всеми селевыми потоками разной мощности [1].

Суммарная оценка селевого риска от очень крупного селевого потока на данной территории включает и оценку возможных ущербов от крупных, средних и мелких селей, т.е.:

$$R_{OK} = p_{OK} \times Y_{OK} + p_K \times Y_K + p_C \times Y_C + p_M \times Y_M,$$

$$R_K = p_K \times Y_K + p_C \times Y_C + p_M \times Y_M,$$

$$R_C = p_C \times Y_C + p_M \times Y_M,$$

$$R_M = p_M \times Y_M,$$

где R_{OK} – селевой риск очень крупного селя, p_{OK} , Y_{OK} – вероятность возникновения селевого риска и величина ущерба в случае его прохождения, соответственно R_K , p_K , Y_K – тоже для крупных селей, R_C , p_C , Y_C – тоже для средних селей, R_M , p_M , Y_M – тоже для мелких селей.

На основе проводимых наблюдений было установлено, что с 1990 по 2015 г. в Иле Алатау зафиксировано 246 селевых явлений, включая наносоводные, паводки и небольшие селевые выбросы. Из них очень крупных – 2, крупных – 4, средних – 23, мелких – 218 мелких селепроявлений [2,3]. Таким образом, в среднем на исследуемой территории на 1 очень крупное селепроявление приходится 2 – крупных, 10 – средних, и 100 мелких, соответственно на 1 крупный сел – 5 средних и 50 мелких, а на 1 средний сел – 10 мелких.

Для упрощения расчетов селевого риска введем поправочный коэффициент, в зависимости от категории селя, принимая за базовый ущерб от мелких селепроявлений, равный единице, ущерб от 10 мелких селей равный одному среднему, ущерб от 10 средних селей – одному крупному и ущерб от 10 крупных селей – одному очень крупному, т.е. пропорционально показателям мощности селепроявлений.

Таким образом, поправочный коэффициент для расчетов, учитывающий мощность селепроявлений равен,

$$R_M = p_M \times Y_M \rightarrow 1$$

$$R_C = p_C \times Y_C + p_M \times Y_M$$

$$= p_C \times Y_C + 10p_C \times \frac{1}{10} Y_C$$

$$= 2(p_C \times Y_C) \rightarrow 2$$

$$R_K = p_K \times Y_K + p_C \times Y_C + p_M \times Y_M$$

$$= p_K \times Y_K + 2(p_C \times Y_C)$$

$$= p_K \times Y_K + 2 \left(5p_C \times \frac{1}{10} Y_C \right)$$

$$= 2(p_K \times Y_K) \rightarrow 2$$

$$R_{OK} = p_{OK} \times Y_{OK} + p_K \times Y_K + p_C \times Y_C + p_M \times Y_M$$

$$= p_{OK} \times Y_{OK} + 2(p_K \times Y_K)$$

$$= p_{OK} \times Y_{OK} + 2 \left(2p_{OK} \times \frac{1}{10} Y_{OK} \right)$$

$$= 1,4(p_{OK} \times Y_{OK}) \rightarrow 1,4$$

На основе вышеизложенного можно определить вероятность селевой опасности для отдельно взятого объекта используя различные возможные сценарии исходов ситуации:

$p_i^{nn} = PW \times RT^n \times ST_i^n$ (пессимистический, пессимистический);

$p_i^{oo} = PW \times RT^o \times ST_i^o$ (оптимистический, оптимистический);

$p_i^{on} = PW \times RT^o \times ST_i^n$ (оптимистический, пессимистический);

$p_i^{no} = PW \times RT^n \times ST_i^o$ (пессимистический, оптимистический);

\bar{p}_i – арифметический средний показатель вероятной селевой опасности от представленных исходов.

Социальная составляющая селевого риска

На сегодняшний день научных работ по оценке селевого риска для населения не много. В основном для количественной оценки социального риска используется мелодика, описанная в работе А.Л. Шныпарков и соавторами [4]. Для оценки риска селевых потоков используются следующие параметры:

- вероятность гибели человека в результате селевого потока в течение года на определенной территории;

- вероятное количество жертв от селей в течение года на определенной территории.

В формулах для расчета индивидуальных и коллективных рисков учитывается их зависимость от таких количественных показателей селевой активности, как частота, продолжительность основного периода селевых потоков, влияние территории и социальные факторы (численности и плотности населения, заселенной площади, уязвимости населения в пространстве и времени, коэффициента смертности).

Оценка коллективного риска производится по формуле [4]:

$$R_{mf} = P_{mf} \cdot V_s \cdot V_t \cdot d \cdot K_l \cdot F,$$

где R_{mf} — коллективный селевой риск; P_{mf} - повторяемость селей; V_s - уязвимость населения в пространстве; V_t - уязвимость населения во времени; d - плотность населения на оцениваемой территории; K_l - коэффициент летального исхода от селевых явлений; F - заселенная площадь в пределах селеопасной территории.

В представленной методике в число возможных человеческих жертв не включены отдыхающие, хотя это является важнейшим фактором на исследуемой территории, т.к. она относится к территории Иле Алатауского национального парка, который ежегодно посещают более 700 тыс. туристов. Население, постоянно проживающее на данной территории, в основном благодаря комплексу противоселевых защитных мероприятий, находится вне селеопасной зоны [5].

Благодаря пообъектной оценке селевой опасности, можно с достаточной степенью достоверности определить количество проживающих в селеопасном районе и возможное число отдыхающих,

подвергающихся риску в селеопасной период по бассейну реки:

$$R_s = (\bar{p} \times V_s + k_g \times \bar{p} \times V_r) \times EV_H,$$

$$\bar{p} = \frac{\sum \bar{p}_i \times EV_i}{\sum EV_i}$$

где, R_s – социальная составляющая селевого риска, k_g – средняя доля селей, угрожающих отдыхающим ко всем селепроявлениям, V_s, V_r – количество приживающихся и количество отдыхающих человек, соответственно, подвергающихся риску в селеопасный период, EV_H – номинальная страховая стоимость человеческой жизни.

Экологическая составляющая селевого риска. Экологическая оценка селевого риска с теоретико-методологической позиции не представляет существенных трудностей. Она является произведением экологической ценности территории, находящейся в зоне селевой опасности, на вероятность селепроявлений:

$$R_{eg} = \bar{p} \times NW_{TW} \frac{S_{TW}}{S_{MW}},$$

$$\bar{p} = \frac{\sum \bar{p}_i \times EV_i}{\sum EV_i}$$

где, R_{eg} – экологическая составляющая селевого риска где, NW_{TW} – стоимостная оценка природного богатства территории исследуемого бассейна реки, S_{TW} – площадь исследуемой территории, S_{MW} – площадь территории подверженной селепроявлениям.

Однако в прикладном аспекте количественный расчет представляет значительную трудность, связанную с экологической оценкой территории, тем более территории, входящей в территорию Национального парка.

Особо охраняемые территории – это не только благоприятная природная среда, обеспечивающая сохранение биоразнообразия природных и культурные ландшафтов, но и территории, обеспечивающие население огромным количеством разнообразных услуг, способствующих развитию экосистемного туризма, и являющихся драйверами экономического роста. Чистая вода и чистый воздух напрямую влияют на здоровье и социальное благополучие граждан. Чем выше сохранность и естественность экосистем, тем стабильнее и больше поступление экономических выгод от существования и функционирования заповедных территорий. Поэтому оценка территории Иле Алатауского Национального парка была осуществлена аналогично экологической оценке Кроноцкого заповедника на Камчатке, но с учетом национальных особенностей территории состояния и развития Национального парка [6].

По описанной выше методике выполнены расчеты селевого риска в бассейнах рек Киши и Улкен Алматы. Результаты расчетов приведены в приложении. Расчеты экономического риска выполнены для каждого объекта, подверженного воздействию селей. Средний годовой ущерб рассчитан с учетом стоимости объекта, вероятности воздействия селя, его разрушительной способности и устойчивости объекта к селевым воздействиям. Общий риск по

бассейну получается суммированием ущербов по всем объектам бассейна.

При расчетах селевого риска стоимость объектов определялась следующим образом.

Экономическая оценка объектов собственности (частной, государственной), осуществлена по восстановительному принципу, т.е. стоимостью восстановления объектов, подвергающихся селевому риску приведенному к настоящему времени. Для единообразия оценки стоимости восстановления все типовые объекты оценены одинаково, нетиповые объекты – оценены индивидуальной основе, на основе экспертной оценки.

Социальная оценка базировалась на денежной оценке экономической ценности человеческой жизни как единицы трудового ресурса: среднее количество лет дожития и на сумму дисконтированных дохода за трудовой период. Рассчитанная по данной методике стоимость жизни среднестатистического жителя Казахстана была оценена в 136000 долл. США.

Экологическая оценка базировалась на методике экономической оценке Кроноцкого заповедника на Камчатке, который был оценен на 3,9 млрд. долларов США. На этой основе была осуществлена оценка Иле Алатауского Национального парка, с корректирующими показателями так по площади территории, по населению, приживающему вдоль его границ, по создаваемым рабочим местам, и количеству посещающих его туристов, таким образом, его денежная оценка составила 1,3 млрд. долларов США.

Экономичная оценка Иле Алатауского заповедника складывается из двух составляющих: природная ценность парка и спектр экосистемных услуг предлагаемых заповедной территорией.

Природная ценность парка складывается из природной ценности его ресурсов, вода (питьевое водоснабжение и гидроэнергетика), воздух, деревья, целебные источники и т.д. Природная ценность рассчитывалась исходя из аналогичной оценки Кроноцкого заповедника (3,8 млрд долл) пропорционально размерам территории и составила 657 млн. долларов США. Другая часть экономической оценки составляют экосистемные услуги предлагаемые Иле Алатауским национальным парком для населения и туристов, так же оцененной в соответствие оценкой для заповедника (1,9 млн долл.), так вдоль границ Кроноцкого заповедника проживают 33 тыс. человек, прямыми выгодополучателями являются 140 человек (работают в заповеднике), среднее число туристов за год 5000 ч; вдоль границ Иле Алатауского национального парка проживают около 2 млн человек, из них прямыми выгодополучателями являются около 10000 человек, в год его посещают порядка 700 тыс. туристов, соответственно он оценивается по этому критерию на сумму 653 тыс. долларов США. Общая экономическая ценность Иле Алатауского национального парка составляет 1310 млн долл.

Карты селевого риска

Результаты расчетов селевого риска были интегрированы по частным селевым бассейнам, что позволило составить карты селевого риска, приведенные на рисунках 1-3. Зоны воздействия селей, выделенные на картах селевой опасности, составленных на 4 этапе работ, были дифференцированы по трем уровням риска (низкий, умеренный, высокий), в зависимости от тяжести последствий селевых воздействий и их повторяемости. Тяжесть последствий оценивалась по величине возможного ущерба по градациям ЧС, принятым в КЧС.

Экономический селевой риск. Высокий экономический риск отмечается только в долине реки Улкен Алматы на участке от ГЭС2 до селеудерживающей плотины. Здесь в селеопасной зоне, поражаемой селями чаще 1 раза в 50 лет, находятся многочисленные кафе, рестораны и гостиничные комплексы. Достаточно много мелких кафе и в долине р. Проходная на участке от курорта Алма Арасан до ГЭС2, но это участок поражается селями реже 1 раза в 50 лет. Поэтому этот участок отнесен к зоне умеренного риска. Умеренный экономический селевой риск отмечается также в долине р. Киши Алматы на участке от устья р. Сарысай до селеудерживающей плотины, где в зону редко действующих селей попадают мосты, дорога и опоры ЛЭП. Умеренный риск отмечается и в нижних частях долин Бутаковка, Кимасар и Беделбай. Здесь действию редких селей средней мощности подвержены частные коттеджи, дороги и мосты, а также ЛЭП. На остальной территории экономический селевой риск низкий из-за отсутствия там значительных экономических объектов.

Социальный селевой риск. Высокий социальный риск отмечается в долине реки Улкен Алматы на участке от устья р. Кумбелсу (ГЭС1) до Плотины. Здесь часто проходят мощные дождевые и гляциальные сели. На участке от ГЭС1 до ГЭС2 в выходные дни бывает до 1000 человек, а на участке от ГЭС2 до Плотины в кафе и гостинцах – до 2000 человек. Поэтому здесь возможна глобальная ЧС с многочисленными жертвами. По долине Проходной риск можно считать умеренным, потому что там повторяемость селей небольшая. Гляциальных селей, которые сходят в хорошую погоду, здесь не бывает. А в плохую погоду, когда сходят дождевые сели там будет мало отдыхающих. По этой же причине к зонам умеренного социального селевого риска отнесены нижние части долин Киши Алматы, Кимасар, Бутаковка, Беделбай и Казахкызы. На остальной территории социальный риск низкий из-за малой посещаемости людьми участков, подверженных воздействию селей.

Экологический селевой риск. Бассейны рек Киши и Улкен Алматы входят в территорию Иле Алатауского национального парка, поэтому экологический ущерб необходимо учитывать особенно тщательно. Тем не менее, нигде в селеопасных зонах не отмечается высокий уровень экологического риска. Это связано с тем, что зоны, подверженные частому действию мощных селей, заняты малопродуктивными сообществами, развивающимися на

молодых селевых отложениях. Это касается долин Киши и Улкен Алматы. Здесь отмечается умеренный экологический риск, связанный с возможным уничтожением молодых лиственных сообществ.

Умеренный экологический риск отмечается также в долинах Проходная, Аюсай, Казахкызы, Озерная, Шукыр, Сарысай, Горельник, Кимасар,

Бутаковка и Беделбай, где на старых селевых отложениях узкой полосой растет еловый лес, но мощные сели здесь повторяются реже 1 раза в 50 лет.

В высокогорной зоне экологический селевой риск низкий, так как там сели воздействуют на малопродуктивные растительные сообщества, а значительные площади покрыты каменными россыпями.

КАРТА ЭКОНОМИЧЕСКОГО СЕЛЕВОГО РИСКА БАССЕЙНОВ РЕК КИШИ И УЛКЕН АЛМАТЫ

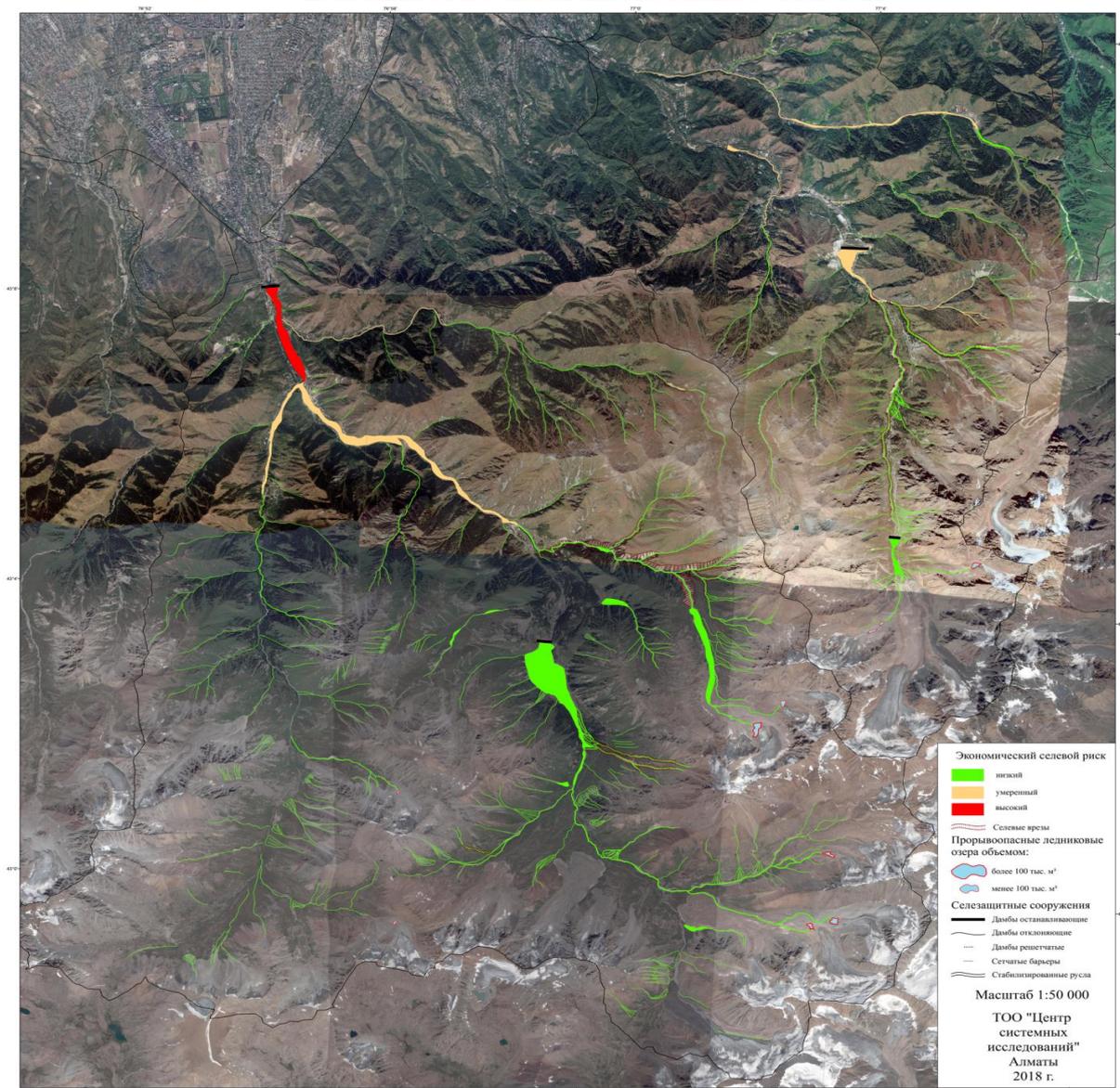


Рисунок 1. Карта экономического селевого риска в бассейнах рек Киши и Улкен Алматы

КАРТА СОЦИАЛЬНОГО СЕЛЕВОГО РИСКА
БАССЕЙНОВ РЕК КИШИ И УЛКЕН АЛМАТЫ

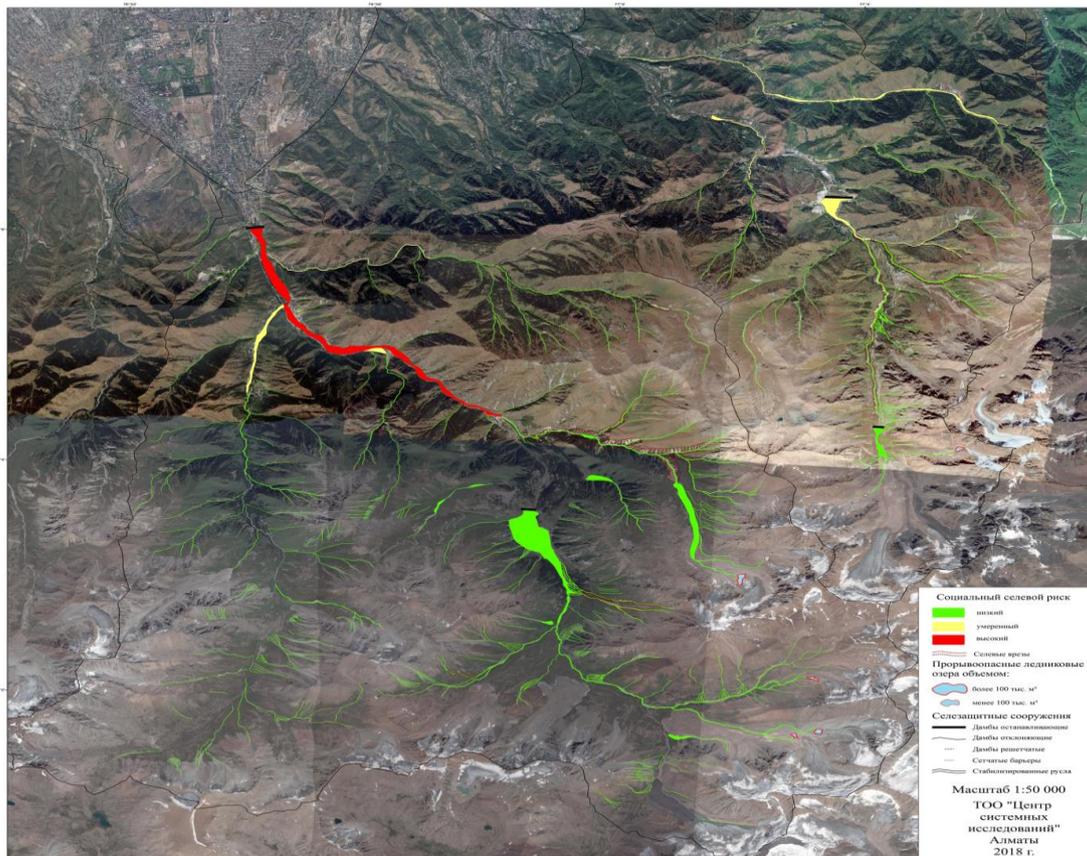


Рисунок 2. Карта социального селевого риска в бассейнах рек Киши и Улкен Алматы

КАРТА ЭКОЛОГИЧЕСКОГО СЕЛЕВОГО РИСКА
БАССЕЙНОВ РЕК КИШИ И УЛКЕН АЛМАТЫ

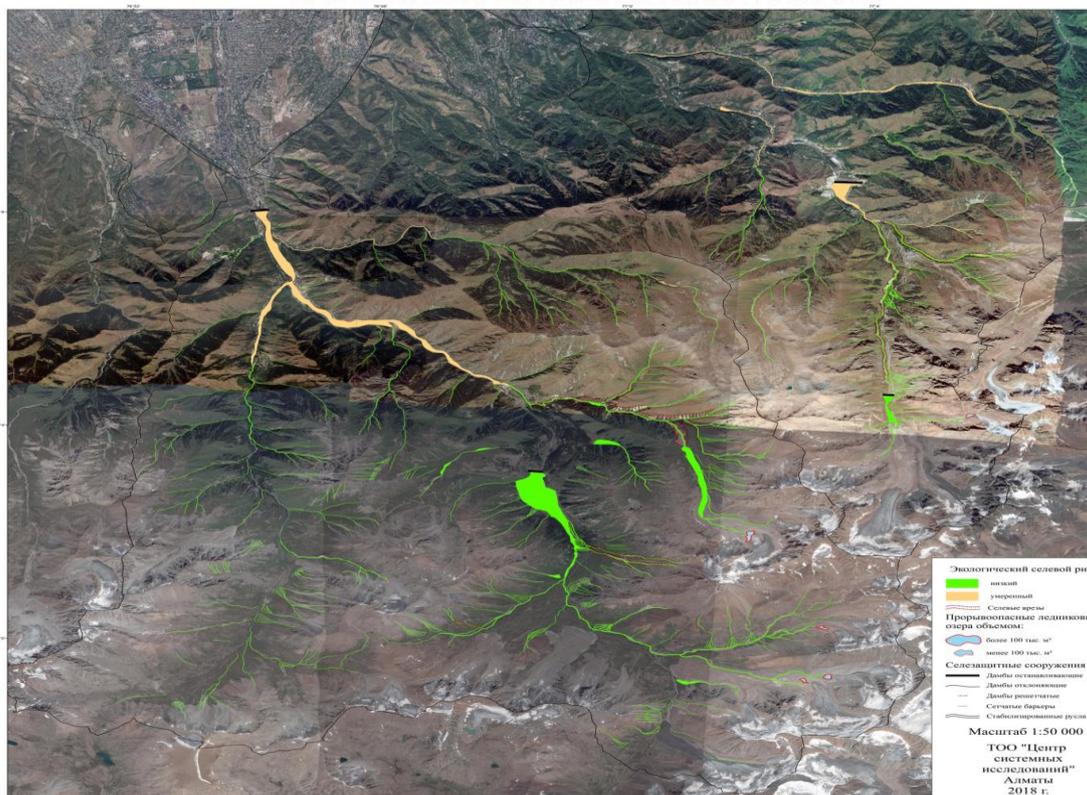


Рисунок 3. Карта экологического селевого риска в бассейнах рек Киши и Улкен Алматы

Всего по двум бассейнам рек Киши и Улкен Алматы селевому риску подвержено 173 объекта. Из них 99 объектов производственного назначения, 57 социальных объектов и 17 экологических. Площадь экологических объектов в бассейне р. Киши Алматы составляет 73,7 га, в бассейне р. Улкен Алматы – 108,6 га. Общая экономическая оценка этих объектов составляет 5,9 млрд. тенге, в том числе: 3,0 млрд. тенге – производственные объекты, 2,5 млрд. тенге – социальные объекты, 0,4 млрд. тенге – экологические объекты.

Средний годовой ущерб от селевых потоков составляет 59,8 млн тенге в год. В том числе по бассейну р. Киши Алматы – 8,8, а по бассейну р. Улкен Алматы – 51,0 млн тенге. Производственный экономический риск по двум бассейнам равен 34,1 млн тенге в год, социальный – 17,5, экологический – 8,2 млн тенге в год.

В целом селевому риску подвержено 995 человек (278 – в Киши Алматы и 568 – в Улкен Алматы). Единовременное число погибших может составить 730 человек. Среднее годовое число жертв от селевых потоков составляет 21 человек в год. В том числе по Киши Алматы – 2, по Улкен Алматы – 19 человек в год.

Если принять стоимость человеческой жизни 50 млн тенге, то в денежном выражении социальный селевой риск составит 1,05 млрд. тенге.

Статья написана по результатам исследований по программе грантового финансирования Комитета науки МОН РК «Селебезопасность Республики Казахстан» № AP05132214.

Литература

1. Таланов Е.А. Эколого-геоморфологические основы оценки риска эрозионно-селевых процессов в системе горы-равнины. Автореф. диссерт. на соискание уч. степ. д.г.н.–Алматы, 2010. – 36 с.
2. Горбунов А.П., Северский Э.В. Сели окрестностей Алматы: Взгляд в прошлое. - Алматы, 2001.- 80 с.
3. Каталог селеопасных рек Казахстана, Средней Азии и Восточной Сибири. - Алма-Ата: фотоофсетная лаборатория УГМС КазССР, 1967. – Т. 3. - 327 с.
4. Шныпарков А.Л., Колтерманн П.К., Селиверстов Ю.Г., Сократов С.А., Перов В.Ф. Селевой риск на Черноморском побережье Кавказа // Вестник Московского университета. Серия 5. География, 2013. № 3. С. 42-48.
5. Краткий очерк о селевой деятельности в бассейнах рек М. и Б. Алма-Атинок и расчет максимальных расходов дождевых паводков по методике КазНИГМИ: Научно-технический отчет КазНИГМИ. - Алма-Ата, 1970.- 111 с.
6. Круподеров В.С., Мальнева И.В., Конова Н.К., Крестин Б.М. Особенности оценки опасности селей в эпоху аномальных климатических изменений // ГеоРиск. 2007. Декабрь. С. 36-40.

ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ НАУКИ

Strezhneva E.V.,

*Associate Professor, Ph.D of Physical and Mathematical Sciences,
Department of Special Mathematics, Kazan National Research
Technical University named after A.N.Tupolev - KAI (KNRTU-KAI)*

Smirnova A.S.,

*Second year student at the Institute of Radio Electronics and
Telecommunications, Kazan National Research
Technical University named after A.N.Tupolev - KAI (KNRTU-KAI)*

INTERIOR MIXED INVERSE BOUNDARY VALUE PROBLEM WITH A PARAMETER x IN THE CASE OF A POLYGONAL DOUBLY CONNECTED DOMAIN

Abstract. We study an interior mixed inverse boundary value problem with a parameter x in the case of a polygonal doubly connected domain. We consider the existence and uniqueness of the solution to this problem and formulate the corresponding solvability conditions. Finally, we obtain an integral representation for the solution and study how it depends on the geometric features of the domain boundary.

Keywords: Hilbert boundary value problem with discontinuous coefficients, mixed inverse boundary value problem, Jordan curve, Lyapunov curve.

Introduction. Owing to its applications in various branches of mathematical physics and optimal design, the theory of boundary value problems with unknown boundaries is currently undergoing rapid development. In this connexion, the problem of finding integral representations admitted by the solutions to such problems and the conditions of existence and uniqueness of these solutions, as well as the task of determining whether they are one-valued functions are becoming increasingly topical. Mixed inverse boundary value problems are a natural extension of ordinary inverse boundary value problems (i.e. those in which the boundary of the sought domain is fully known). A mixed inverse boundary value problem for analytic functions is the problem of finding a domain with a partially unknown boundary and a function that is analytic in this domain, provided that the values of the function on the boundary of the domain are known [1–5].

1. Problem statement

The problem we are going to study in this paper can be posed as follows.

Find:

I. on the plane of the complex variable $z = x + iy$, a bounded doubly connected domain D_z having a piecewise-smooth boundary L_z which is formed by two closed Jordan curves, namely a polygonal chain L_z^1 with $n - 1$ line segments and a smooth curve L_z^2 lying inside the domain delimited by the curve L_z^1 ;

and

II. a function $w(z)$ that is analytic in D_z , continuous in \bar{D}_z and conformally maps D_z onto a given bounded doubly connected domain D_w of the plane of the complex variable $w = \varphi + i\psi$ having a boundary formed by two Lyapunov curves, L_w^1 and L_w^2 .

We assume given the following:

1) the interior angles of the domain D_z at the vertices A_j of the polygonal chain L_z^1 (we suppose that the vertices $A_1, A_2, \dots, A_n = A_1$ are numbered in the same order as they occur when one moves along L_z^1 in the positive direction), which are equal to $\alpha_j\pi$, $0 < \alpha_j < 2$

($j = \overline{2, n-1}$), and the angle formed by the segment $A_{n-1}A_n$ ($A_{n-1}A_1$) of the polygonal chain L_z^1 with the real axis, equal to $\eta_1\pi$ ($0 \leq \eta_1 < 2$);

2) the abscissa $x_1 = x_n$ of the vertex A_1 (A_n) of the polygonal chain L_z^1 ;

3) two closed Jordan curves, L_w^1 and L_w^2 , which form the boundary L_w of the domain D_w and are, respectively, the images of the curves L_z^1 and L_z^2 under the mapping $w(z)$; moreover, the curve L_w^1 encloses the curve L_w^2 ; we additionally assume that the positive direction on the curve L_z (i.e. the direction that has the domain D_z to the left when one moves along L_z), corresponds to the positive direction on L_w (i.e. the direction that has the domain D_w to the left when one moves along L_w);

a) the curve L_w^2 is given as a two-valued function defined by the relation

$$\begin{aligned} w &= \varphi(\tilde{x}) + i\psi(\tilde{x}), a \leq \tilde{x} \leq b, \\ x &= \tilde{x} + a_x, a_x = \text{const}, \end{aligned} \quad (1)$$

where x is the abscissa of a point on L_z^2 (the number a_x is not known beforehand and should be determined during the solution of the problem); each one-valued branch of this function transforms continuously into the other at the points with coordinates $\varphi = \varphi(\tilde{x})$, $\psi = \psi(\tilde{x})$, where $\tilde{x} = a$ and $\tilde{x} = b$, and satisfies the conditions that ensure that L_w^2 is a Lyapunov curve; moreover, the branches of function (1) are defined in such a way that the positive direction on L_z^2 corresponds to the positive direction on L_w^2 .

b) the curve L_w^1 is defined by the relation $F(\varphi, \psi) = 0$ in such a way that L_w^1 is a Lyapunov curve and encloses the curve L_w^2 ;

4) the images of the vertices of the polygonal chain L_z^1 on the curve L_w^1 .

Given that the sought domain D_z is assumed bounded, we will say that the problem is an *interior* one.



In what follows, corresponding points on different planes will be denoted by the same letters.

2. Integral representation of the solution and solvability of the problem The interior mixed inverse boundary value problem we consider here can be reduced to a Hilbert boundary value problem with discontinuous coefficients in an annular domain (annulus) $D_{\tilde{\zeta}}$.

On the curve L_w^1 , we take a point A_0 that belongs to the arc corresponding to the segment $A_{n-1}A_1$ of the polygonal chain L_z^1 and does not coincide with either of the arc ends.

Let us conformally map the annular domain $D_{\tilde{\zeta}}$: $q < |\tilde{\zeta}| < 1$ of the plane of the complex variable $\tilde{\zeta} = pe^{i\gamma}$, $0 \leq \gamma < 2\pi$, onto the domain D_w by means of a function $w = \omega(\tilde{\zeta})$, so that the point $\tilde{\zeta} = 1$ corresponds to the point A_0 of L_w^1 .

Denote the boundary of the annulus by $L_{\tilde{\zeta}} = L_{\tilde{\zeta}}^1 + L_{\tilde{\zeta}}^2$, where $L_{\tilde{\zeta}}^1$ is the circle $|\tilde{\zeta}| = 1$ and $L_{\tilde{\zeta}}^2$ is the circle $|\tilde{\zeta}| = q$. The circles $L_{\tilde{\zeta}}^1$ and $L_{\tilde{\zeta}}^2$ are mapped by $w = \omega(\tilde{\zeta})$ onto the curves L_w^1 and L_w^2 . Let $\gamma_j, j = \overline{2, n-1}$, be the values of γ at the points $t_j = e^{i\gamma_j}(A_j)$ of the circle $L_{\tilde{\zeta}}^1$ that are mapped to the points A_j .

Define the positive direction on $L_{\tilde{\zeta}}$ in such a way that $D_{\tilde{\zeta}}$ remains on the left.

We should find a one-valued analytic function $z = z(\tilde{\zeta})$ in the annulus $D_{\tilde{\zeta}}$ with the following properties:

- $z = z(\tilde{\zeta})$ is continuously differentiable in the annulus and its boundary, with the possible exception of the given points $t_j, j = \overline{1, n}$;
- $z = z(\tilde{\zeta})$ conformally maps the annulus $D_{\tilde{\zeta}}$ onto the domain D_z ;
- $z = z(\tilde{\zeta})$ satisfies the relation

$$w[z(\tilde{\zeta})] = \omega(\tilde{\zeta}). \quad (2)$$

It is obvious that the problem will be solved if we manage to find such a function $z(\tilde{\zeta})$. In this case, the function $w(z)$ will be defined by the relations

$$w = \omega(\tilde{\zeta}), z = z(\tilde{\zeta}).$$

However, we will not search for the function $z(\tilde{\zeta})$, but rather for its derivative $z'(\tilde{\zeta})$. We can obtain the boundary conditions for the derivative:

$$\operatorname{Re} \left\{ e^{-i\left[\frac{\pi}{2} + \Phi_1(\gamma)\right]} itz'(t) \right\} = 0 \quad (t = e^{i\gamma}), \quad (3)$$

$$\operatorname{Im} \left\{ e^{-i\left[\frac{\pi}{2} + \Phi_1(\gamma)\right]} itz'(t) \right\} \leq 0 \quad (t = e^{i\gamma}), \quad (4)$$

where $\Phi_1(\gamma)$ is the angle that the tangent to L_z^1 forms with the real axis.

The values of $w = w(z)$ on L_z^2 are already given (as per (1)). Thus, according to (2), we have

$$\varphi(\tilde{x}) + i\psi(\tilde{x}) = \omega(qe^{i\gamma})$$

on the circle $t = qe^{i\gamma}$. This relation defines the function $\tilde{x} = \tilde{x}_2(\gamma)$ at the points of the above-mentioned circle. Besides, since the relation $\tilde{x} + a_x = x$

holds at the points of L_z^2 , we have $\tilde{x}_2(\gamma) + a_x = x_2(\gamma)$ and, consequently, $\tilde{x}'_2(\gamma) = x'_2(\gamma)$. For this reason, we know that

$$\operatorname{Re}\{itz'(t)\} = x'_2(\gamma) \quad (t = e^{i\gamma}) \quad (5)$$

on $L_{\tilde{\zeta}}^2$. Obviously, the derivative $x'_2(\gamma)$ satisfies a Hölder condition on $L_{\tilde{\zeta}}^2$ since function (1) is defined accordingly and, in consequence, is continuous. The search for the function $i\tilde{\zeta}z'(\tilde{\zeta})$ can thus be reduced to the search for the solution to a Hilbert boundary value problem for the annulus with boundary conditions (3)–(5).

The solution to Hilbert boundary problem (3)–(5) should be searched for in the class of functions that are bounded for $a_j \geq 1$ and unbounded for $a_j < 1$ in a neighbourhood of the point $t_j, j = \overline{2, n-1}$.

Let us consider two functions $\Phi(t), c(t)$, such that

$$\Phi(e^{i\gamma}) = \frac{\pi}{2} + \Phi_1(\gamma), \Phi(qe^{i\gamma}) \equiv 0 \quad (6)$$

$$c(e^{i\gamma}) \equiv 0, c(qe^{i\gamma}) = x'_2(\gamma) \quad (7)$$

Conditions (3), (4), and (5) can be rewritten as

$$\operatorname{Re}\{e^{-i\Phi(t)} itz'(t)\} = c(t) \quad (8)$$

or, alternatively, as

$$\operatorname{Re} \left\{ e^{-i\psi(t)} \prod_{j=1}^{n-1} (t - t_j)^{1-a_j} \frac{itz'(t)}{t - \tilde{\zeta}_1} \right\} = \prod_{j=1}^{n-1} |t - t_j|^{1-a_j} \frac{c(t)}{|t - \tilde{\zeta}_1|} \quad (9)$$

Where

$$\Psi(t) = \Phi(t) - \theta(t) + \sum_{j=1}^{n-1} (1 - a_j)\theta_j(t), \quad (10)$$

$$\theta(t) = \arg(t - \tilde{\zeta}_1), \tilde{\zeta} = re^{i\alpha}, q < r < 1,$$

$$\alpha = -\frac{1}{2\pi} \int_L \frac{\Phi(t)}{it} dt. \quad (11)$$

Here, $\theta_j(t)$ and $\Phi(t)$ are defined by formulae (6), respectively; $\tilde{\zeta}_1$ is a fixed point of the annulus $D_{\tilde{\zeta}}$. The value of the constant r can be chosen arbitrarily in the given interval.

By $\theta(t)$ we denote the value of a particular branch $\theta(\tilde{\zeta}) = \arg(\tilde{\zeta} - \tilde{\zeta}_1)$ on $L_{\tilde{\zeta}}$, which is continuous and one-valued in the annulus $D_{\tilde{\zeta}}$ with a cut along a simple curve λ that connects the points $\tilde{\zeta} = \tilde{\zeta}_1, \tilde{\zeta} = 1$, and lies on the inside of the annulus $D_{\tilde{\zeta}}$, in such a manner that the argument of a point $\tilde{\zeta}$ moving along this line from $\tilde{\zeta} = 1$ to $\tilde{\zeta}_1$ increases if $\alpha > 0$ and decreases if $\alpha < 0$.

Theorem 1.

Assume that $\alpha \neq 0$. In this case, Hilbert boundary value problem (3), (4), (5)

- is solvable for $n_0 \neq 0$, and the solution is given by the formula

$$i\tilde{z}'(\tilde{\zeta}) = \frac{e^{\Gamma(\tilde{\zeta})}(\tilde{\zeta} - \tilde{\zeta}_1)}{H(\tilde{\zeta})} \left\{ S(\tilde{c}(t), \tilde{\zeta}) + i \frac{p_0}{n_0} + i \frac{d_1 r}{2\pi \sin \alpha} \frac{1}{\tilde{\zeta} - \tilde{\zeta}_1} - v' \left[S(\tilde{d}(t), \tilde{\zeta}) + i \frac{m_0}{n_0} + \frac{-1 + i \cot \alpha}{\tilde{\zeta} - \tilde{\zeta}_1} \right] \right\}$$

which depends on a single arbitrary real constant, v' ;

- is solvable for $n_0 = 0, m_0 \neq 0$, and the solution is given by the formula

$$i\tilde{z}'(\tilde{\zeta}) = \frac{e^{\Gamma(\tilde{\zeta})}(\tilde{\zeta} - \tilde{\zeta}_1)}{H(\tilde{\zeta})} \left\{ S(\tilde{c}(t), \tilde{\zeta}) + i \frac{d_1 r}{2\pi \sin \alpha} \frac{1}{\tilde{\zeta} - \tilde{\zeta}_1} - \frac{p_0}{m_0} \left[S(\tilde{d}(t), \tilde{\zeta}) + i \frac{m_0}{n_0} + \frac{-1 + i \cot \alpha}{\tilde{\zeta} - \tilde{\zeta}_1} \right] + iC_0 \right\}$$

which depends on a single arbitrary real constant, C_0 ;

- is solvable for $n_0 = 0, m_0 = 0$ only if the real solvability condition

$$\int_0^{2\pi} \frac{e^{\Gamma_0(t_0)}|t_0 - \tilde{\zeta}_1|}{|H(t_0)|} \left\{ \left(\tilde{c}(t_0) + \frac{d_1 r}{2\pi \sin \alpha} \frac{\sin \theta(t_0)}{|t_0 - \tilde{\zeta}_1|} \right) \cos \Phi_1(\gamma_0) - \left(\frac{S(\tilde{c}(t), t_0)}{i} + \frac{d_1 r}{2\pi \sin \alpha} \frac{\cos \theta(t_0)}{|t_0 - \tilde{\zeta}_1|} \right) \sin \Phi_1(\gamma_0) \right\} d\gamma_0 = 0$$

$(t_0 = e^{i\gamma_0}, 0 \leq \gamma_0 < 2\pi)$

holds true; the solution depends on two arbitrary real constants, C_0 and v' , and is given by the formula

$$i\tilde{z}'(\tilde{\zeta}) = \frac{e^{\Gamma(\tilde{\zeta})}(\tilde{\zeta} - \tilde{\zeta}_1)}{H(\tilde{\zeta})} \left\{ S(\tilde{c}(t), \tilde{\zeta}) + i \frac{d_1 r}{2\pi \sin \alpha} \frac{1}{\tilde{\zeta} - \tilde{\zeta}_1} - v' \left[S(\tilde{d}(t), \tilde{\zeta}) + \frac{i \cot \alpha - 1}{\tilde{\zeta} - \tilde{\zeta}_1} \right] + iC_0 \right\}.$$

Here $\alpha, m_0, n_0, d_1, r, \Gamma(\tilde{\zeta}), H(\tilde{\zeta}), \tilde{c}(t), \tilde{d}(t)$ are given by the following formulae:

$$\alpha = -\frac{1}{2\pi} \left(\pi^2 + \sum_{k=1}^{n-2} \left[\sum_{j=1}^k (1 - \alpha_j) \pi \right] (\gamma_{k+1} - \gamma_k) \right) + (2\pi - \gamma_{n-1})2\pi + \eta_{n-1}2\pi^2,$$

$$m_0 = \int_0^{2\pi} \frac{e^{\Gamma_0(t_0)}|t_0 - \tilde{\zeta}_1|}{|H(t_0)|} \left\{ \left(\tilde{d}(t_0) + \frac{\cot \alpha \sin \theta(t_0)}{|t_0 - \tilde{\zeta}_1|} - \frac{\cos \theta(t_0)}{|t_0 - \tilde{\zeta}_1|} \right) \cos \Phi_1(\gamma_0) - \left(\frac{S(\tilde{d}(t), t_0)}{i} + \frac{\cot \alpha \cos \theta(t_0)}{|t_0 - \tilde{\zeta}_1|} + \frac{\sin \theta(t_0)}{|t_0 - \tilde{\zeta}_1|} \right) \sin \Phi_1(\gamma_0) \right\} d\gamma_0,$$

$$n_0 = \int_0^{2\pi} \frac{e^{\Gamma_0(t_0)}|t_0 - \tilde{\zeta}_1|}{|H(t_0)|} \sin \Phi_1(\gamma_0) d\gamma_0 \quad (t_0 = e^{i\gamma_0}),$$

$$d_1 = \int_{L_{\tilde{\zeta}}} \frac{c_1(t)}{it} dt,$$

$$\Gamma(\tilde{\zeta}) = iS(\Psi(t), \tilde{\zeta}),$$

where

$$S(\Psi(t), \tilde{\zeta}) \equiv \frac{i\omega_1}{\pi^2} \int_0^{2\pi} \Psi(e^{i\gamma}) \tilde{\zeta} \left(\frac{\omega_1}{i\pi} \ln \tilde{\zeta} - \frac{\omega_1}{\pi} \gamma \right) d\gamma - \frac{i\omega_1}{\pi^2} \int_0^{2\pi} \Psi(qe^{i\gamma}) \tilde{\zeta}_3 \left(\frac{\omega_1}{i\pi} \ln \tilde{\zeta} - \frac{\omega_1}{\pi} \gamma \right) d\gamma,$$

$$H(\tilde{\zeta}) = \prod_{j=1}^{n-1} (\tilde{\zeta} - t_j)^{1-\alpha_j},$$

$$\tilde{c}(t) = c_1(t) + \frac{d_1 r}{2\pi \sin \alpha} \operatorname{Im} \frac{1}{t - \tilde{\zeta}_1}, \quad \tilde{d}(t) = \operatorname{Re} \frac{1}{t - \tilde{\zeta}_1} + \cot \alpha \operatorname{Im} \frac{1}{t - \tilde{\zeta}_1}.$$

Theorem 2.

Assume that $\alpha = 0$. In this case, Hilbert boundary value problem (3), (4), (5)

- is solvable for $n_0 \neq 0$, and the solution is given by the formula

$$i\tilde{z}'(\tilde{\zeta}) = \frac{e^{\Gamma(\tilde{\zeta})}(\tilde{\zeta} - \tilde{\zeta}_1)}{H(\tilde{\zeta})} \left\{ S(\tilde{c}_1(t), \tilde{\zeta}) + \frac{d_1 r}{2\pi} \frac{1}{\tilde{\zeta} - \tilde{\zeta}_1} + i \frac{\tilde{p}_0}{n_0} + v'' \left[S(\tilde{d}_1(t), \tilde{\zeta}) + \frac{i}{\tilde{\zeta} - \tilde{\zeta}_1} + i \frac{\tilde{m}_0}{n_0} \right] \right\}$$

which depends on a single arbitrary real constant, v'' ;

- is solvable for $n_0 = 0$, $\tilde{m}_0 \neq 0$, and the solution is given by the formula

$$i\tilde{z}'(\tilde{\zeta}) = \frac{e^{\Gamma(\tilde{\zeta})}(\tilde{\zeta} - \tilde{\zeta}_1)}{H(\tilde{\zeta})} \left\{ S(\tilde{c}_1(t), \tilde{\zeta}) + \frac{d_1 r}{2\pi} \frac{1}{\tilde{\zeta} - \tilde{\zeta}_1} - \frac{\tilde{p}_0}{\tilde{m}_0} \left[S(\tilde{d}_1(t), \tilde{\zeta}) + \frac{i}{\tilde{\zeta} - \tilde{\zeta}_1} \right] + iC_0 \right\}$$

which depends on a single arbitrary real constant, C_0 ;

- is solvable for $n_0 = 0$, $\tilde{m}_0 = 0$ only if the real solvability condition

$$\int_0^{2\pi} \frac{e^{\Gamma_0(t_0)} |t_0 - \tilde{\zeta}_1|}{|H(t_0)|} \left\{ \left(\tilde{c}_1(t_0) + \frac{d_1 r}{2\pi} \frac{\cos \theta(t_0)}{|t_0 - \tilde{\zeta}_1|} \right) \cos \Phi_1(\gamma_0) - \left(\frac{S(\tilde{c}_1(t), t_0)}{i} + \frac{d_1 r}{2\pi} \frac{\sin \theta(t_0)}{|t_0 - \tilde{\zeta}_1|} \right) \sin \Phi_1(\gamma_0) \right\} d\gamma_0 = 0$$

$(t_0 = e^{i\gamma_0}, 0 \leq \gamma_0 < 2\pi)$

holds true; the solution depends on two arbitrary real constants, C_0 and v'' , and is given by the formula

$$i\tilde{z}'(\tilde{\zeta}) = \frac{e^{\Gamma(\tilde{\zeta})}(\tilde{\zeta} - \tilde{\zeta}_1)}{H(\tilde{\zeta})} \left\{ S(\tilde{c}_1(t), \tilde{\zeta}) + \frac{d_1 r}{2\pi} \frac{1}{\tilde{\zeta} - \tilde{\zeta}_1} + v'' \left[S(\tilde{d}_1(t), \tilde{\zeta}) + \frac{1}{\tilde{\zeta} - \tilde{\zeta}_1} \right] + iC_0 \right\}.$$

Here $\alpha, m_0, n_0, d_1, r, \Gamma(\tilde{\zeta}), H(\tilde{\zeta}), \tilde{c}(t), \tilde{d}(t)$ are given by the formulae from theorem 1.

Function $z(\tilde{\zeta})$ is given by

$$z(\tilde{\zeta}) = \int_{t_1}^{\tilde{\zeta}} z'(\tilde{\zeta}) d\tilde{\zeta} + x_1 + iy_1, \quad ((12))$$

where y_1 is an arbitrary real constant equal to the ordinate of the point A_1 . In the case when the solution to the Hilbert problem is a solution of the mixed inverse boundary value problem under consideration, the boundary values $z(qe^{i\gamma})$ and $z(e^{i\gamma})$ of the function express the complex coordinates of the points of L_z^2 and L_z^1 , respectively. Note that from formula (12) we have $x_2(\gamma) = \operatorname{Re} \{z(qe^{i\gamma})\}$. Indeed, let us compute the value of

$$z(qe^{i\gamma}) = \int_1^q z'_\zeta(\rho e^{i\gamma_1}) d\rho + \int_{\gamma_1}^\gamma x'_2(\gamma) d\gamma + i \int_{\gamma_1}^\gamma \operatorname{Im} \{z'_\zeta(qe^{i\gamma}) i q e^{i\gamma}\} d\gamma + x_1 + iy_1$$

using the formula given in (12). As a result, we obtain

$$x_2(\gamma) = \operatorname{Re} \{z(qe^{i\gamma})\} = \int_1^q z'_\zeta(\rho e^{i\gamma_1}) d\rho + \int_{\gamma_1}^\gamma x'_2(\gamma) d\gamma + x_1.$$

The right-hand-side expression is already known; consequently, the function $x_2(\gamma)$ is known too. Furthermore, the function $\tilde{x}_2(\gamma)$ is also known. We can, therefore, find the value of the a_x constant from the condition $\tilde{x}_2(\gamma) + a_x = x_2(\gamma)$ for the points of L_z^2 .

References

1. Unique solvability of an inverse mixed boundary value problem. Salimov R.B., Nasyrova E.V., Shabalin P.L. Russian Mathematics (Izvestiya VUZ. Matematika), 1998, 42:4, 76–80.
2. Regularization of linear difference equations with analytic coefficients and their applications. Garifyanov F.N., Nasyrova E.V. Russian Mathematics. 2011. T. 55. № 11. C. 66-70.
3. On a classic moment problem for entire functions. Garifyanov F.N., Strezhneva E.V. Lobachevskii Journal of Mathematics. 2018. T. 39. № 6. C. 755-758
4. Difference equation for functions analytic outside two squares Garif'yanov F.N., Strezhneva E.V. Russian Mathematics. 2018. T. 62. № 6.
5. On a system of entire functions of class A which is biorthogonal to a lacunar power system on the ray. Garif'yanov F.N., Strezhneva E.V. Siberian Mathematical Journal. 2017. T. 58. № 1. C. 63-66.

Aliyev G.G.*Doctor of physical and mathematical sciences, Professor
Institute of Mathematics and Mechanics
Azerbaijan National Academy of Sciences***Aliyev A.G.***Doctor Phd of economical science, Assistant Professor
Azerbaijan State Oil and Industry University***GENERAL CONDITION OF C.L.M.H. NAVIER, CONSIDERING THE INFLUENCE OF QUANTUM MECHANICAL EFFECTS IN NANOHYDRODYNAMICS****Алиев Г.Г.***д.ф.-м.н., профессор**Заведующий отделом «Прикладная математика»**Института Математики и Механики Национальной Академии Наук Азербайджана***Алиев А.Г.***к.э.н., доцент кафедры «Экономика и менеджмент в отраслях ТЭК»**Азербайджанского Государственного Университета Нефти и Промышленности***ОБОБЩЕННОЕ УСЛОВИЕ НАВЬЕ С УЧЕТОМ ВЛИЯНИЯ КВАНТОВО-МЕХАНИЧЕСКИХ ЭФФЕКТОВ В НАНОГИДРОДИНАМИКЕ**

Summary: The proposed physical-mathematical dependence of the speed of the fluid and the slip condition of the fluid at the boundary with the wall of the vessel considering the influence of quantum mechanical effects in low-dimensional systems (Nano-systems), which is a generalized by Navier's formula. It is established that the values of the liquid velocity and slip on the interface between the liquid and the empty space will consist of the sum of three velocities: 1st-arising due to the influence of the structural inhomogeneity of the wall part of the liquid; 2nd-arising due to the apparent length of the fluid slippage at the boundary of the liquid and the empty space; 3rd-the velocity of the entire velocity plot system at the depth of the liquid arising due to the apparent length of the fluid slippage proposed by Navier.

Аннотация: Предложена физико-математическая зависимость скорости жидкости и условия проскальзывания жидкости на границе со стенкой сосуда с учетом влияния квантово-механических эффектов в низкоразмерных системах (нано системах).

Получена обобщенная формула Навье. Установлено, что величины скорости и скольжения жидкости на границе раздела между жидкостью и пустым пространством будет складываться из суммы трех скоростей: 1-ая - возникающая за счет влияния структурной неоднородности пристеночной части жидкости; 2-ая - возникающая за счет кажущейся длины проскальзывания жидкости на границе жидкости и пустого пространства; 3-я – скорость проскальзывания всей системы эпюры скоростей по глубине жидкости возникающая за счет кажущейся длины проскальзывания жидкости предложенной Навье.

Keywords: Nano-hydrodynamics with quantum-mechanical effects, low-dimensional systems, nanotube, inhomogeneous liquid, quantum-mechanical effects, locally-ordered structure of the liquid.

Ключевые слова: наногидродинамика с учетом квантово-механических эффектов, низкоразмерные системы, нано трубка, неоднородная жидкость, квантово-механические эффекты, локально-упорядоченная структура жидкости.

Постановка проблемы

В нано гидродинамике одним из мало исследуемых вопросов является вид граничного условия на скорость жидкости у стенки сосуда, а также, вид условия проскальзывания жидкости по стенке сосуда.

Анализ последних исследований и публикаций

В первые в 1823 году Навье в макро гидродинамике в качестве условия проскальзывания жидкости по стенке сосуда предложил условие проскальзывания вязкой жидкости по стенке сосуда в виде [1]:

$$v = L_0 \cdot \frac{\partial v}{\partial n}$$

Это соотношение записано при следующих предположениях:

- жидкость однородная,
- профиль распределения скорости жидкости по высоте сосуда представляется выпуклостью в сторону движения в виде параболы,
- скорость жидкости на границе контакта жидкости с сосудом равна нулю, т.е. имеет место условие полного прилипания,
- величина кажущейся длины проскальзывания L_0 , согласно Максвеллу, равна 2-х кратной длине свободного пробега атома в разреженном газе,
- На границе контакта жидкости со стенкой сосуда отсутствуют какие-либо побочные немеханические силы взаимодействия [2].

Однако в низкоразмерных системах $10^{-9} \text{ м} \leq d \leq 10^{-4} \text{ м}$ на основе влияния квантово-механических эффектов возникают специфические

силы взаимодействия в виде физических полей. Результатом взаимодействий этих сил является образование пустого пространства между жидкостью и стенкой сосуда называемой в физике «запретной зоной».

Во-вторых, под воздействием проникающей вглубь жидкости напряженности физического поля происходит превращение однородной жидкости в неоднородную. Это явление приводит к изменению свойства жидкости - плотности и вязкости [3-5].

Используя способ компьютерного моделирования к экспериментальным исследованиям в протекании жидких частиц в низкоразмерных каналах установлена численная величина пустой прослойки между жидкостью и трубкой толщиной прослоек

$$R_{жс} \leq r \leq R_0 \text{ равным } \frac{R_{жс}}{R_0} = 0,88 \text{ [6-8].}$$

Вторым феноменом в низкоразмерных системах является изменяемость физико-механических свойств жидкостей, т.е. плотности и вязкости. Физиками-экспериментаторами установлено странное поведение жидкости в низкоразмерных каналах. Помещенная в низкоразмерную трубку (микро, нано трубку) обычная однородная жидкость превращается в структурно-неоднородную жидкость. Такая локальная неоднородность атомной и молекулярной структуры жидкости влияет на характер течения жидкости в нано каналах. Это странное явление локально-упорядоченной структуры жидкости в низкоразмерных каналах в виде гипотезы была высказана Я.И.Френкелем в 1941году. За последние 15 лет 21-го столетия проведены натурные и компьютерные эксперименты, которые подтверждают существование в микро и нано трубках структуру воды напоминающий лед [9-11].

Выделение нерешенных ранее частей обшей проблемы

Однако отметим, что причинность изменения свойств жидкости и их математическое представление в виде моделей на сегодняшний день отсутствует.

Впервые проблема причинности явления превращения однородной жидкости в неоднородную в низкоразмерных системах (в частности, наноразмерных системах) с учетом влияния квантово-механических эффектов была исследована в работах Алиева Г.Г. и Алиева А.Г. [12,13].

Авторами доказано, что причинность явления превращения однородной жидкости в неоднородную жидкость связана с величиной плотности воздействия напряженности физического поля

$$\tilde{E} = \frac{E(r)}{E_0} \text{ проникающей вглубь жидкости [14-16].}$$

Авторами также предложена следующего вида физико-математическая модель зависимости механических характеристик жидкости (плотности $\rho(r)$ и вязкости $\mu(r)$) от напряженности физического поля

$$\tilde{E} = \frac{E(r)}{E_0} :$$

$$\rho = \rho_0 \cdot [1 - \tilde{E}(r)], \mu = \mu_0 \cdot [1 - \tilde{E}(r)]$$

На основе этих моделей авторами Алиева Г.Г. и Алиева А.Г. построены определяющие уравнения гидромеханики идеальной и вязкой жидкостей в низкоразмерных системах с учетом влияния квантово-механических эффектов.

Формулирование целей статьи

В предлагаемой нами статье предлагается математическая формула обобщенного граничного условия проскальзывания жидкости на границе раздела жидкости со стенкой сосуда с учетом влияния возникающих квантово-механических эффектов, в виде:

$$v(r) = a + b \cdot \frac{\partial v}{\partial r}$$

Где коэффициенты a и b являются выражениями зависящие от квантово-механических эффектов.

Изложение основного материала

Построение физико-математической модели обобщенного условия проскальзывания жидкости на границе.

Рассмотрим течение вязкой жидкости в трубке диаметром $10^{-9} \text{ м} \leq d \leq 10^{-4} \text{ м}$. Под воздействием квантово-механических эффектов, имеющие место на границе со стенкой сосуда, а также, проникающей вглубь жидкости напряженности физического поля будут возникать следующие явления в жидкости:

- образование пустого пространства между стенкой сосуда и жидкостью,
- по глубине жидкости близкой к стенке однородная жидкость будет превращаться в структурно-неоднородную,
- изменяемость механических характеристик неоднородной части жидкости (плотности $\rho(r)$ и вязкости $\mu(r)$) по глубине в зависимости от воздействия напряженности физического поля будут в виде:

$$\rho = \rho_0 \cdot [1 - \tilde{E}(r)], \mu = \mu_0 \cdot [1 - \tilde{E}(r)] \quad (1)$$

При этих условиях эпюра скорости по сечению трубки не будет параболической, а будет в виде показанной на рис. 1. С другой стороны в силу симметрии течения жидкости относительно центра график скорости течения представлен в виде кривой MA_1N .

Под влиянием квантово-механических эффектов, во-первых, будет образовано пустое пространство между стенкой сосуда радиусом R_0 и границей течения жидкости ($R_0 - \Delta$) будет величиной $\Delta = 0,12 \cdot R_0$;

во-вторых, в силу структурно-неоднородности жидкости по глубине в зоне ($R_0 - \Delta, r_0$), эпюра скорости жидкости будет в виде кривой A_1N .

жидкости к стенке сосуда в низкоразмерных системах отсутствует всегда.

В случае $v_0 = 0$, $\Delta = 0$ и $r_0 = R_0$ скорость на границе раздела стенки с жидкостью будет равен нулю $v_r = 0$. Этот случай будет соответствовать условию прилипания на границе, а вид кривой скорости будет в виде параболы. Этот частный случай будет соответствовать классическому случаю принимаемой в макро гидродинамике.

Теперь построим условие проскальзывания по типу Навье. В этом случае наряду с величиной проскальзывания вида (3), которая возникает за счет влияния квантово-механических эффектов, учтем вид проскальзывания жидкости при движении всей системы (диаграммы) распределения скорости по глубине сосуда вдоль оси Ox .

Из $\Delta B_4 C_2 B_5$ имеем:

$$\frac{L_0}{B_4 B_5} = \operatorname{tg}(90 - \alpha), \text{ где } B_4 B_5 = \tilde{v}_r - v_r$$

Откуда:

$$\tilde{v}_r = v_r + (L_0 + \Delta) \cdot \frac{dv}{dr} \quad (4)$$

Подставив (3) в (4) найдем суммарную величину проскальзывания в форме:

$$\tilde{v}_r = v_0 + (R_0 - \Delta - r_0) \cdot \frac{dv}{dr} + \Delta \cdot \frac{dv}{dr} + L_0 \cdot \frac{dv}{dr}$$

Здесь L_0 кажущаяся длина проскальзывания всей системы по Навье; Δ - кажущаяся длина проскальзывания жидкости на границе жидкости и пустого пространства, которая равна величине «запретной зоны» между атомами величиной

$$\Delta = R_0 - R_{жс} = R_0 \cdot (1 - \frac{R_{жс}}{R_0}) = R_0 \cdot (1 - 0,88) = 0,12 \cdot R_0$$

(рис.1).

В компактной форме ее можно записать в виде:

$$\tilde{v}(r)|_r = \tilde{v}(r)|_{r=R_0-\Delta} = a + b \cdot \frac{\partial v(r)}{\partial r} \quad (5)$$

Где $a = v_0$, $b = R_0 - r_0 + L_0$

Таким образом, скорость проскальзывания на границе раздела между жидкостью и пустым пространством будет слагаться из суммы трех скоростей:

1-ая скорость - возникающая за счет влияния структурной неоднородности пристеночной части

жидкости и равна $v_1 = v_0 + (R_0 - \Delta - r_0) \cdot \frac{dv}{dr}$;

2-ая скорость - возникающая за счет кажущейся длины проскальзывания жидкости на границе жидкости и пустого пространства $\Delta = 0,12 \cdot R_0$, которая равна величине «запретной

зоны» между атомами и равна $v_2 = \Delta \cdot \frac{dv}{dr}$ и 3-я

скорость - скорость проскальзывания всей системы эпюры скоростей по глубине жидкости возникающая за счет кажущей длины проскальзывания жид-

кости L_0 величиной равной $v_3 = L_0 \cdot \frac{dv}{dr}$, предложенной Навье.

Выводы из данного исследования

В прикладном плане этот результат имеет следующий смысл. При движении жидкости в низкоразмерных трубках (нано трубках) на границе будет возникать три вида скоростей:

$$v_1 = v_0 + (R_0 - \Delta - r_0) \cdot \frac{dv}{dr}, v_2 = \Delta \cdot \frac{dv}{dr},$$

$$v_3 = L_0 \cdot \frac{dv}{dr}$$

В зависимости от характера структурной неоднородности тонкого слоя жидкости и величины пустого пространства Δ возможны следующие виды скоростей течения жидкости на границе:

Случай 1.

При $L_0 = 0$ на границе будет два вида скоростей:

$$v_1 = v_0 + (0,88 - \frac{r_0}{R_0}) \cdot \frac{dv}{dr}, v_2 = 0,12 \cdot \frac{dv}{dr},$$

$$v_3 = 0$$

Здесь функции v_0 и $\frac{dv}{dr}$ должны определяться из

решения конкретно поставленной задачи, которые также будут зависеть от экспериментальных дан-

ных $\frac{r_0}{R_0}$, Δ , L_0 . Отсюда следует, что $v_1 \neq 0$ и

$v_2 \neq 0$. Это означает, что всегда будет иметь место эффект проскальзывания жидкости на границе за счет структурной неоднородности пристеночного слоя жидкости, а также, от наличия прослойки пустого пространства между жидкостью и стенкой

сосуда величиной $\Delta = \frac{R_{жс}}{R_0} = 0,12 \cdot R_0$.

Случай 2.

В случае, когда $L_0 = 0$ и $\Delta = 0$ скорость частиц жидкости на границе (смещение) будет в виде:

$$v_1 = v_0 + R_0 \cdot (1 - \frac{r_0}{R_0}) \cdot \frac{dv}{dr}, v_2 = 0, v_3 = 0$$

Иными словами, на границе скорость частицы жидкости будет отлична от нуля, а эффекты проскальзывания всей системы за счет Δ и L_0 будут равны нулю.

Случай 3.

В случае, когда $L_0 = 0$, $\Delta = 0$ и $r_0 = R_0$ все три скорости будут равны нулю:

$$v_1 = 0, v_2 = 0, v_3 = 0, v_0 = 0$$

Это будет соответствовать случаю отсутствия влияния квантово-механических эффектов на течение жидкости, а также, отсутствию проскальзывания жидкости по стенке сосуда. В этом случае будет полное прилипание жидкости к стенке сосуда.

Случай 4.

В случае, когда $L_0 \neq 0$, $\Delta = 0$ и $r_0 = R_0$ будет соответствовать случаю проскальзывания однородной жидкости по стенке сосуда, соответствующее условию Навье.

$$v_1 = 0, v_2 = 0, v_3 = L_0 \cdot \frac{dv}{dr}$$

Таким образом в заключении можно резюмировать, что в предлагаемой статье предложена физико-математическая зависимость скорости и условия проскальзывания жидкости на границе со стенкой сосуда с учетом влияния квантово-механических эффектов в низкоразмерных системах (нано системах), которая является обобщением формулы Навье.

Величины скорости и скольжения жидкости на границе раздела между жидкостью и пустым пространством будет слагаться из суммы трех скоростей:

1-ой скорости - возникающей за счет влияния неоднородности пристеночной части жидкости и величины пустого пространства и будет равна

$$v_1 = v_0 + (R_0 - \Delta - r_0) \cdot \frac{dv}{dr};$$

2-ой скорости - возникающей за счет кажущейся длины проскальзывания жидкости на границе жидкости и пустого пространства $\Delta = 0,12 \cdot R_0$, которая равна величине «запретной зоны» между атомами и равна $v_2 = \Delta \cdot \frac{dv}{dr}$.

$$v_2 = \Delta \cdot \frac{dv}{dr}$$

И **3-ей скорости** проскальзывания всей системы эпюры скоростей по глубине жидкости, возникающая за счет кажущейся длины проскальзывания жидкости L_0 величиной равной $v_3 = L_0 \cdot \frac{dv}{dr}$, предложенной Навье.

Список литературы

1. **Navier C.L.M.N.** Memoire sur lois du mouvement des fluids. Memoire Academie des Sciences de Institute de France. 1823. v.1, p. 389-440.
2. **Maxwell** // Phll Trans.-1879. - v.170. - p. 249-256.
3. **Алиев Г.Г., Алиев А.Г.** Теоретические основы гидродинамики в низкоразмерных системах (Гидромеханика с учетом квантово-механических эффектов) / Г.Г.Алиев, А.Г.Алиев - Germany.: LAP LAMBERT Academic Publishing, 2016.- 272 стр.
4. **Cottin-Bizone C., Barenin C., Charlaix E. ets.** Dinamics of simpl liquids at heterogeneous surfaces: Molecular-dinamics simulations and hydrodynamic description.The Eropean Physical Journal E, 2004, v. 15, p. 427-438.
5. **Granuck S.,Zhu Y., Lee H.** Slippery questions about complex fluids flowing past solids // Nature materials. (Вопросы скольжения при течении сложных жидкостей вдоль твердой поверхности) – 2003. v.2. – p.221-227.
6. **Hongfei Ye, et al.** Size and temperature effects on the viscosity of water inside carbon nanotubes. Nanoscale Research Letters, 2011, p. 6-87.
7. **Lauga E., Brenner M.P.** Effective slip in pressure-driven Skokes flow. Journal of Fluid Mechanics, 2003, v. 489, p. 55-77.
8. **Kotsalis E.M., Walther J.H.** Koumoutsakos P. Multiphase water flow inside carbon nanotubes. Internation Journal of Multiphase Flow, 30, 2004, p. 995-1010.
9. **Thomas John A. and Mc.Gaughey Alan J.H.** Recessing Fast Water Transport Throgh Nanotubes. NANO LETTTTERS, 2008, v.8, №9, p.2788-2793.
10. **Lauga E., Brenner M.P. Store H.A** Microfluidics: the no-slip boundary condition /Springer in Handbook of Experimental Fluid Mechanics (edited by Tropea C.,Yarin A.L., Foss J.F.). New York: Springer, 2007. -1557 p.
11. **Kalra A. Garde S.** Hummer G. Osmotic water transport through carbon nanotube arrays. Proceedings of the National Academy of Sciences of the USA, 2003, v.100, p.10175-10180.
12. **Aliyev G.G., A.G. Aliyev A.G.** Fundamentals of hydromechanics of ideal fluid in nanotype systems / **G.G.Aliyev, A.G.Aliyev** // International Journal Of Applied And Fundamental Research. – 2016.- № 4.
13. **Aliyev G.G., Aliyev A.G.** Fluid Hydrodynamics in Nano-Systems With Regard To Quantum-Mechanical Effects / **Aliyev G.G., Aliyev A.G.**// IJSET - International Journal of Innovative Science, Engineering & Technology. – 2017. - Vol. 4 Issue 4. pp. 126-129.
14. **Алиев Г.Г., Алиев А.Г.** Основы гидромеханики идеальной жидкости в наноразмерных системах/ **Алиев Г.Г., Алиев А.Г.**// Нефть, Газ и Бизнес.-2017.- № 6. С.21-27.
15. **Алиев Г.Г., Алиев А.Г.** Гидродинамика жидкости в низкоразмерных системах с учетом квантово-механических эффектов/ **Алиев Г.Г.,**

UOT 11Ф07

*Aliyev T.M.,
Bakhshiyev Sh.B.,
Ismayilova I.A.*

ON OPERATIONS ON DIFFERENT NATURE MEMBERS REPRESENTED IN THE FORM OF INFINITE NUMBER OF RADICALS

Abstract. In the paper we represent some regularities of different nature members represented in the form of infinite number of radicals. An algorithm of division of a number by another one is reduced to infinite sequence of nested radicals.

Keywords: infinite number of radicals, nested radicals, increasing sequence.

1.Introduction

Theory of infinite radicals takes a special place in exact sciences. In this field many scientists have obtained graceful results. In the past years, the world-known mathematician A.N. Kolmogorov wrote memories, pearl on infinite radicals. In its time, the known indian mathematician S. Ramanujan [1] found that for any $n = 1, 2, 3, \dots$ the product $n(n+2)$ can be represented in the form of an infinite number of radicals, i.e.

$$\begin{aligned} n(n+2) &= n\sqrt{1+(n+1)(n+3)} = n\sqrt{1+(n+1)\sqrt{1+(n+2)(n+4)}} = \\ &= n\sqrt{1+(n+1)\sqrt{1+(n+2)\sqrt{1+\dots}}} \end{aligned}$$

Generalizing this formula for $n(n+k)$, $n, k \in \mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$ in the paper [2] the new formula

$$\begin{aligned} n(n+k) &= n\sqrt{1+(n+k-1)(n+k+1)} = n\sqrt{1+(n+k-1)\sqrt{1+(n+k)(n+k+2)}} = \\ &= n\sqrt{1+(n+k-1)\sqrt{1+(n+k)\sqrt{1+(n+k+1)(n+k+3)}}} = \\ &= n\sqrt{1+(n+k-1)\sqrt{1+(n+k)\sqrt{1+(n+k+1)\sqrt{1+\dots}}} \end{aligned} \quad (1)$$

was obtained.

Formula (1) has a peculiar structure. If for example, we want to stop on the sixth radical sign, then

$$\begin{aligned} n(n+k) &= n\sqrt{1+(n+k-1)\sqrt{1+(n+k)\sqrt{1+(n+k+1)\sqrt{1+(n+k+2)\sqrt{1+(n+k+3)\sqrt{1+(n+k+4)(n+k+6)}}}}} \\ & \qquad \qquad \qquad n, k = 1, 2, 3, \dots \end{aligned} \quad (2)$$

From (2) it is seen that $(k-1), k \geq 1$, corresponds to the first root, k to the second nested root, $(k+1)$ to the third, $(k+2)$ to the fourth, $(k+3)$ to the fifth, and at last $(k+4)$, to the sixth root, and its radicand expression has the co-factors $(n+k+4)$ and $(n+k+6)$.

So, for example, the tenth nested radical expression the radial expression has the form $\sqrt{1+(n+k+8)(n+k+10)}$, the hundredth radical expression has the form $\sqrt{1+(n+k+98)(n+k+100)}$, and so on.

For $n = 1$; $k = 1, 2, \dots$ from (2) by substitution $m = k + 1$ we have

$$m = \sqrt{1+(m-1)\sqrt{1+m\sqrt{1+(m+1)\sqrt{1+(m+2)\sqrt{1+(m+3)\sqrt{1+(m+4)\sqrt{1+\dots}}}}}} ,$$

and formula (2) takes the form

$$m = \sqrt{1 + \underbrace{(m-1)}_1} \sqrt{1 + \underbrace{m}_2} \sqrt{1 + \underbrace{(m+1)}_3} \sqrt{1 + \underbrace{(m+2)}_4} \sqrt{1 + \underbrace{(m+3)}_5} \sqrt{1 + \underbrace{(m+4)}_6} \sqrt{1 + \underbrace{(m+5)}_6} \sqrt{1 + \underbrace{(m+6)}_6} \quad (3)$$

So, for $m = 10$

$$10 = \sqrt{1 + 9} \sqrt{1 + 10} \sqrt{1 + 11} \sqrt{1 + 12} \sqrt{1 + 13} \sqrt{1 + 14} \sqrt{1 + 15} \sqrt{1 + 16}$$

for 1000 we have

$$1000 = \sqrt{1 + 999} \sqrt{1 + 1000} \sqrt{1 + 1001} \sqrt{1 + 1002} \sqrt{1 + 1003} \sqrt{1 + 1004} \sqrt{1 + 1005} \sqrt{1 + 1006}$$

and so on.

For the same number 1000 the 999-th nested root has the radicand co-factors 997 and 999. Thus, for any natural number $n \geq 1$

$$n = \sqrt{1 + (n-1)} \sqrt{1 + n} \sqrt{1 + (n+1)} \sqrt{1 + (n+2)} \sqrt{1 + \dots} \quad (4)$$

and the $k \geq 1$ -th nested root has the radicand co-factors $(n + (k - 2))$ and $(n + (k + 2))$.

Reduction of finite quantities to infinity is stated in [3].

2. Main results

We now are engaged in finding new forms of some known formulas after expressing the different nature numbers in the form of nested radicals.

We now consider, for example, the summation of the first $n \geq 1$ natural numbers:

$$S_n = 1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}.$$

We stop on the number $n = 5$. Then

$$S_5 = 15 = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 = \frac{5 \cdot 6}{2},$$

In the terms of nested radicals

$$15 = \frac{5 \cdot 6}{2} = \frac{\sqrt{1 + 4} \sqrt{1 + 5} \sqrt{1 + 6} \sqrt{1 + \dots}}{2} \cdot \frac{\sqrt{1 + 5} \sqrt{1 + 6} \sqrt{1 + 7} \sqrt{1 + \dots}}{2} =$$

$$= \frac{\sqrt{1 + 4} \sqrt{1 + 5} \sqrt{1 + 6} \sqrt{1 + \dots} + 5 \sqrt{1 + 6} \sqrt{1 + 7} \sqrt{1 + \dots} + 20 \sqrt{1 + 5} \sqrt{1 + 6} \sqrt{1 + \dots} \sqrt{1 + 6} \sqrt{1 + 7} \sqrt{1 + \dots}}{2}$$

or

$$15 = \frac{\sqrt{1 + 4} \sqrt{1 + 5} \sqrt{1 + 6} \sqrt{1 + \dots} + 5 \sqrt{1 + 6} \sqrt{1 + 7} \sqrt{1 + \dots} + 20 \sqrt{(1 + 5) \sqrt{1 + 6} \sqrt{1 + \dots}} \sqrt{(1 + 6) \sqrt{1 + 7} \sqrt{1 + \dots}}}{2}$$

We simplify the last root in the numerator:

$$\sqrt{(1 + 5) \sqrt{1 + 6} \sqrt{1 + \dots}} \sqrt{(1 + 6) \sqrt{1 + 7} \sqrt{1 + \dots}} =$$

$$= \sqrt{1 + 5 \sqrt{1 + 6} \sqrt{1 + \dots} + 6 \sqrt{1 + 7} \sqrt{1 + \dots} + 30 \sqrt{(1 + 6) \sqrt{1 + \dots}} \sqrt{(1 + 7) \sqrt{1 + \dots}}} \quad (5)$$

And now we simplify the expression

$$\sqrt{(1 + 6) \sqrt{1 + \dots}} \sqrt{(1 + 7) \sqrt{1 + \dots}} :$$

$$\sqrt{(1 + 6) \sqrt{1 + 7} \sqrt{1 + \dots}} \sqrt{(1 + 7) \sqrt{1 + 8} \sqrt{1 + \dots}} =$$

$$\sqrt{1 + 6 \sqrt{1 + 7} \sqrt{1 + \dots} + 7 \sqrt{1 + 8} \sqrt{1 + \dots} + 42 \sqrt{(1 + 7) \sqrt{1 + 8} \sqrt{1 + \dots}} \sqrt{(1 + 8) \sqrt{1 + 9} \sqrt{1 + \dots}}} : (6)$$

As a result of the first step of this process we have

$$4 \cdot 5 \sqrt{(1 + 5) \sqrt{1 + 6} \sqrt{1 + \dots}} \sqrt{(1 + 6) \sqrt{1 + 7} \sqrt{1 + \dots}},$$

of the second step

$$5 \cdot 6 \sqrt{(1+6\sqrt{1+7\sqrt{1+\dots}})(1+7\sqrt{1+8\sqrt{1+\dots}})},$$

of the third step

$$6 \cdot 7 \sqrt{(1+7\sqrt{1+8\sqrt{1+\dots}})(1+8\sqrt{1+9\sqrt{1+\dots}})}$$

and so on.

In the $k \geq 1$ -th step we get

$$(k+3)(k+4) \sqrt{(1+(k+4)\sqrt{1+(k+5)\sqrt{1+\dots}})(1+(k+5)\sqrt{1+(k+6)\sqrt{1+\dots}})} \quad (7)$$

$$k = 1, 2, 3, \dots$$

Thus, the number 15 or multiplication of 5 by 6 is reduced to infinite chain of nested radicals. And if from some step with simple calculations we come back, we get the number 15.

So, the number 15 responds to infinite harmony of nested radicals. In the course of process it is seen that all the said refers to multiplication of two natural numbers, m and n .

Expression (7) is the main expression when multiplying two numbers, the so-called infinite nested radicals. It is performed successively by the mentioned scheme of the example.

We now pass to other operations on such numbers. If $-\infty < x, y < \infty$, $x \neq y$, and

$$x = \sqrt{1+(x-1)\sqrt{1+x\sqrt{1+(x+1)\sqrt{1+\dots}}}}$$

$$y = \sqrt{1+(y-1)\sqrt{1+y\sqrt{1+(y+1)\sqrt{1+\dots}}}},$$

then by definition

$$x \pm y = \sqrt{1+((x \pm y)-1)\sqrt{1+(x \pm y)\sqrt{1+((x \pm y)+1)\sqrt{1+\dots}}}}$$

$$k \cdot x = \sqrt{1+(kx-1)\sqrt{1+kx\sqrt{1+(kx+1)\sqrt{1+\dots}}}}$$

$$-\infty < k < +\infty$$

$$\frac{x}{y} = \frac{\sqrt{1+(x-1)\sqrt{1+x\sqrt{1+(x+1)\sqrt{1+\dots}}}}}{\sqrt{1+(y-1)\sqrt{1+y\sqrt{1+(y+1)\sqrt{1+\dots}}}}}$$

On the other hand,

$$\frac{x}{y} = \sqrt{1+\left(\frac{x}{y}-1\right)\sqrt{1+\frac{x}{y}\sqrt{1+\left(\frac{x}{y}+1\right)\sqrt{1+\left(\frac{x}{y}+2\right)\sqrt{1+\dots}}}}}$$

For an example we take $x = 2$, $y = 3$. Then

$$2 = \sqrt{1+\sqrt{1+2\sqrt{1+3\sqrt{1+4\sqrt{1+\dots}}}}}$$

$$3 = \sqrt{1+2\sqrt{1+3\sqrt{1+4\sqrt{1+\dots}}}}$$

$$\frac{2}{3} = \sqrt{1-\frac{1}{3}\sqrt{1+\frac{2}{3}\sqrt{1+\frac{5}{3}\sqrt{1+\frac{8}{3}\sqrt{1+\dots}}}}}$$

As a result,

$$1-\frac{1}{3}\sqrt{1+\frac{2}{3}\sqrt{1+\frac{5}{3}\sqrt{1+\frac{8}{3}\sqrt{1+\dots}}}} =$$

$$= \frac{1 + \sqrt{1 + 2\sqrt{1 + 3\sqrt{1 + 4\sqrt{1 + \dots}}}}}{1 + 2\sqrt{1 + 3\sqrt{1 + 4\sqrt{1 + 5\sqrt{1 + \dots}}}}} = \frac{4}{9}.$$

So

$$, 1 - \frac{1}{3}\sqrt{1 + \frac{2}{3}\sqrt{1 + \frac{5}{3}\sqrt{1 + \frac{8}{3}\sqrt{1 + \dots}}}} = \frac{4}{9},$$

whence

$$\begin{aligned} \frac{5}{9} &= \frac{1}{3}\sqrt{1 + \frac{2}{3}\sqrt{1 + \frac{5}{3}\sqrt{1 + \frac{8}{3}\sqrt{1 + \dots}}}} \\ \frac{5}{3} &= \sqrt{1 + \frac{2}{3}\sqrt{1 + \frac{5}{3}\sqrt{1 + \frac{8}{3}\sqrt{1 + \dots}}}} \end{aligned} \tag{8}$$

$$\begin{aligned} \frac{25}{9} &= 1 + \frac{2}{3}\sqrt{1 + \frac{5}{3}\sqrt{1 + \frac{8}{3}\sqrt{1 + \dots}}} \\ \frac{16}{9} &= \frac{2}{3}\sqrt{1 + \frac{5}{3}\sqrt{1 + \frac{8}{3}\sqrt{1 + \frac{11}{3}\sqrt{1 + \dots}}}} \\ \frac{8}{3} &= \sqrt{1 + \frac{5}{3}\sqrt{1 + \frac{8}{3}\sqrt{1 + \frac{11}{3}\sqrt{1 + \dots}}}} \end{aligned} \tag{9}$$

$$\begin{aligned} \frac{64}{9} &= 1 + \frac{5}{3}\sqrt{1 + \frac{8}{3}\sqrt{1 + \frac{11}{3}\sqrt{1 + \dots}}} \\ \frac{55}{9} &= \frac{5}{3}\sqrt{1 + \frac{8}{3}\sqrt{1 + \frac{11}{3}\sqrt{1 + \dots}}} \\ \frac{11}{3} &= \sqrt{1 + \frac{8}{3}\sqrt{1 + \frac{11}{3}\sqrt{1 + \dots}}} \end{aligned} \tag{10}$$

The terms (8), (9), (10),... of the series $\frac{2}{3}, \frac{5}{3}, \frac{8}{3}, \frac{11}{3}, \frac{14}{3}, \frac{17}{3}, \frac{20}{3}, \dots$ were obtained by the formula

$$\frac{3k+2}{3} = \sqrt{1 + \frac{3k-1}{3}\sqrt{1 + \frac{3k+2}{3}\sqrt{1 + \frac{3k+5}{3}\sqrt{1 + \frac{3k+8}{3}\sqrt{1 + \dots}}}}}$$

$$k = 0, 1, 2, \dots$$

Thus, the series $\left\{ \frac{3k+2}{3} \right\}, k = 0, 1, 2, \dots$ implies the infinite sequence of nested radicals.

And now if we accept $x = 3, y = 7$, then

$$\begin{aligned} 3 &= \sqrt{1 + 2\sqrt{1 + 3\sqrt{1 + 4\sqrt{1 + 5\sqrt{1 + \dots}}}}} \\ 7 &= \sqrt{1 + 6\sqrt{1 + 7\sqrt{1 + 8\sqrt{1 + 9\sqrt{1 + \dots}}}}} \\ \frac{3}{7} &= \sqrt{1 - \frac{4}{7}\sqrt{1 + \frac{3}{7}\sqrt{1 + \frac{10}{7}\sqrt{1 + \frac{17}{7}\sqrt{1 + \dots}}}}} \end{aligned}$$

and the series $\frac{3}{7}, \frac{10}{7}, \frac{17}{7}, \frac{24}{7}, \frac{31}{7}, \dots$ was constructed by the formula $\left\{ \frac{7k+3}{7} \right\}, k=0,1,2,\dots$

$$\frac{7k+3}{7} = \sqrt{1 + \frac{7k-4}{7} \sqrt{1 + \frac{7k+3}{7} \sqrt{1 + \frac{7k+10}{7} \sqrt{1 + \dots}}}}$$

Thus, the fraction $\frac{2}{3}$, implies the sequence $\left\{ \frac{3k+2}{3} \right\}, k=0,1,2,\dots$ and the fraction $\frac{3}{7}$ implies the sequence $\left\{ \frac{7k+3}{7} \right\}, k=0,1,2,\dots$ and so on.

If we speak about division of the given number n by m or about the fraction $\frac{n}{m}, n, m \in N = \{1,2,3,\dots\}$,

then this fraction implies the sequence $\left\{ \frac{mk+n}{m} \right\}, k=0,1,2,\dots$ and

$$\frac{mk+n}{m} = \sqrt{1 + \frac{mk+n-m}{m} \sqrt{1 + \frac{mk+n}{m} \sqrt{1 + \frac{mk+n+m}{m} \sqrt{1 + \frac{mk+n+2m}{m} \sqrt{1 + \dots}}}}} \quad (11)$$

Consequently, division of one natural number n by another natural number m is reduced to the sequence $\left\{ \frac{mk+n}{m} \right\}, k=0,1,2,\dots$ or infinite sequence of nested radicals.

Further, in equality (11) as $k \rightarrow \infty$ passing to limit we have

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \frac{mk+n}{m} = \lim_{k \rightarrow \infty} \left(k + \frac{n}{m} \right) = \infty.$$

Consequently, in the right hand side of (11) as $k \rightarrow \infty$ the sequence of infinite nested radicals also tends to infinity.

As a result we have such a wonderful result:

For any natural numbers $n, m \in N = \{1,2,3,\dots\}$ as $k \rightarrow \infty$ the sequence of infinite nested radicals tends to infinity, i.e.

$$\left\{ \sqrt{1 + \left(\frac{mk+n}{m} - 1 \right) \sqrt{1 + \frac{mk+n}{m} \sqrt{1 + \left(\frac{mk+n}{m} + 1 \right) \sqrt{1 + \left(\frac{mk+n}{m} + 2 \right) \sqrt{1 + \dots}}}}} \right\} \rightarrow +\infty$$

Example $n=3, m=5$. Then as $k \rightarrow \infty$

$$\left\{ \sqrt{1 + \left(\frac{5k+3}{5} - 1 \right) \sqrt{1 + \frac{5k+3}{5} \sqrt{1 + \left(\frac{5k+3}{5} + 1 \right) \sqrt{1 + \left(\frac{5k+3}{5} + 2 \right) \sqrt{1 + \dots}}}}} \right\} \rightarrow +\infty.$$

$k=0,1,2,\dots$

So, besides division of $n=57$ by $m=103$ we have the sequence $\left\{ \frac{103k+57}{103} \right\}, k=0,1,\dots$ and

$$\frac{103k+57}{103} = \sqrt{1 + \left(\frac{103k+57}{103} - 1 \right) \sqrt{1 + \frac{103k+57}{103} \sqrt{1 + \frac{103k+57+103}{103} \sqrt{1 + \frac{103k+57+206}{103} \sqrt{1 + \dots}}}}}$$

$k=0,1,2,\dots$

When obtaining formulas (4) and (11) we encounter some paradoxical situations:

1°. On formula of representation of each natural number $n \geq 1$ in the form of infinite number of nested radicals

$$k=1, \quad \frac{11}{4} = \sqrt{1 + \frac{7}{4} \sqrt{1 + \frac{11}{4} \sqrt{1 + \frac{15}{4} \sqrt{1 + \frac{19}{4} \sqrt{1 + \dots}}}}}$$

$$k=2, \quad \frac{15}{4} = \sqrt{1 + \frac{11}{4} \sqrt{1 + \frac{15}{4} \sqrt{1 + \frac{19}{4} \sqrt{1 + \dots}}}}$$

$$k=3, \quad \frac{19}{4} = \sqrt{1 + \frac{15}{4} \sqrt{1 + \frac{19}{4} \sqrt{1 + \frac{23}{4} \sqrt{1 + \frac{27}{4} \sqrt{1 + \dots}}}}}$$

Thus, when dividing the number 7 by 4, the obtained fraction $\frac{7}{4}$ is managed by infinite sequence of numbers

$$\left\{ \frac{7}{4}, \frac{11}{4}, \frac{15}{4}, \frac{19}{4}, \frac{23}{4}, \dots \right\} \text{ convergent to infinity.}$$

The above research is interesting with the fact that the ratio $\frac{n}{m}$ of two natural numbers n and m generates

a sequence of the numbers $\left\{ \frac{mk+n}{m} \right\}, k=0,1,2,\dots$, expressed by the infinite sequence of nested radicals convergent to infinity.

All our reasons lead us to the fact that the nature of all natural formulas are closely connected with infinite number of nested radicals.

It should be noted that as in the field of complex numbers, division of one number z_1 by another one $z_2 \neq 0$ is always feasible, then formula (11) remains valid for complex numbers as well. However, it breaks down for example for a class of numbers $Z = \{z : z = a + bi + cj, -\infty < a, b, c < +\infty\}$ where division is not always feasible.

Following [4] we can see that formula (11) is valid also for the so called quaternions ("quarter" numbers) $a + bi + cj + dk$ under the chosen rule of multiplication of imaginary units i, j and k

For which values $n \in N = \{1,2,3,\dots\}$ the issue on validity of formula (11) for space E_n remains open.

References

1. V. I. Levin, Ramanujan "Nauka", Moscow, 1967. p. 32. (Russian)
2. N. Aliyev, T. Aliyev. "A generalization of a formula of Ramanujan associated with the idea of the product of two positive integers, "Nauka i jizn", 3, 2016 pp. 47-56. (In Russian)
3. T. Aliyev. "Reduction of finite variables to infinite", journal "Nauka i jizn", 1, 2009, pp. 10-12. (In Russian)
4. I.A. Kantor, A.S. Solodovnikov, Hypercomplex numbers, «Nauka» Moscow, 1973., pp.144. (In Russian)

Aliyev Tofik Movsum oğlu

ph.d. in math

Institute of Control systems, ANAS

Bakhshiyev Shahin Bulud oğlu

ph.d. in techn

Institute of Control systems, ANAS

Ismayilova Irada Asker kızı

res.ass.

Institute of Control systems, ANAS

Gadjiev S.T.

Institute of Mathematics and Mechanics Academy of Sciences of Azerbaijan, Baku

Gasanova G. Sh.

Institute of Mathematics and Mechanics Academy of Sciences of Azerbaijan, Baku,

Azerbaijan, Azerbaijan State University of Economics (UNEC)

THE SOLVABILITY OF NONLINEAR ELLIPTIC-PARABOLIC EQUATIONS

Summary: We prove the solvability to nonlinear elliptic-parabolic equations. Our assumptions on the coefficients are natural.

Keywords: Nonlinear elliptic-parabolic equations, solvability.

Mathematics Subject Classification: 35J25, 35B40

1 Introduction

This problem is the stationary variant of nonlinear problems that have been studied extensively by many authors [1], [2],[6], in linear elliptic parabolic cases by authors [3].

Many applied problems, especially drift-diffusion processes in porous medium and semiconductors are modeled by such type of equations.

Let in $R^n, n \geq 2$, giving bounded domain Ω with boundary $\partial\Omega$, and $Q_T = \Omega \times (0, T)$ -cylinder, $T \in (0, \infty)$, following problem is consider

$$\frac{\partial u}{\partial t} - \sum_{i=1}^n \frac{\partial}{\partial x_i} \left(a_i \left(x, t, \frac{\partial u}{\partial x_i} \right) \right) - \psi(x, t) \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + a \left(x, t, u, \frac{\partial u}{\partial x} \right) = 0 \quad (1.1)$$

where $(x, t) \in Q_T$,

$$u(x, t) = f(x, t), (x, t) \in \Gamma = (0, T) \times \partial\Omega, \quad (1.2)$$

$$u(x, 0) = h(x), x \in \Omega. \quad (1.3)$$

We study existence and uniqueness of weak solutions for the problem (1.1)-(1.3).

We consider the problem (1.1)-(1.3) under standard conditions for the functions $a_i(x, t, \xi)$ and $a(x, t, u, \xi)$. Our main specific assumptions related to the weight functions $\psi(x, t)$:

$$\psi(x, t) = \omega(t) \cdot \lambda(\rho) \cdot \varphi(T - t), \quad (1.4)$$

where

1. $\omega(t) \geq 0, \omega(t) \in C^1[0, T]$;
2. $\lambda(\rho) \geq 0, \lambda(\rho) \in C^1[0, \text{diam } \Omega], |\lambda'(\rho)| \leq \alpha \sqrt{\lambda(\rho)}$, and $\rho = \rho(x) = \text{dist}(x, \partial\Omega)$;
3. $\varphi(z) \geq 0, \varphi'(z) \geq 0, \varphi(z) \in C^1[0, T], \varphi(z) \geq \beta \cdot z \cdot \varphi'(z), \varphi(0) \geq \varphi'(0) = 0, \alpha, \beta$ -are positive constants.

Functions $f(x, t)$ and $h(x)$ satisfying conditions

$$f(x, t) \in L_\infty(Q_T) \cap L_\infty(0, T; W_2^1(\Omega)) \cap L_1(0, T; W_\infty^1(\Omega)),$$

$$\frac{\partial f}{\partial t} \in L_1(0, T; W_\infty^1(\Omega)),$$

$$h(x) \in L_\infty(\Omega). \quad (1.5)$$

We also consider the regularized function $\psi_\varepsilon(x, t)$, which define by following for any fixed $\varepsilon \in (0, T)$

$$\psi_\varepsilon(x, t) = \psi(x, \varepsilon) - \frac{\psi'_x(x, \varepsilon) \cdot \varepsilon}{m} + \frac{\psi'_x(x, \varepsilon)}{m \cdot \varepsilon^{m-1}} \cdot t^m, t \in (0, \varepsilon); \quad (1.6)$$

$$\psi_\varepsilon(x, t) = \psi(x, t),$$

at $t \in [\varepsilon, T]$, $m = \frac{2}{\beta}$ for almost everywhere x . Later we consider case $\psi(x, t) > 0$ at $t > 0$. Also let $\psi(x, t) \geq \delta, \delta \geq 0$. If $\psi(x, t) = 0$, then equation (1.1) parabolic. We introduce space of functions $W_{2,\psi}^{1,2}(Q_T)$ in Q_T with finite norm

$$\|u\|_{W_{2,\psi}^{1,2}(Q_T)} = \left(\int_{Q_T} (u^2 + \sum_{i=1}^n u_{x_i}^2 + u_t^2 + \psi^2(x, t)u_{tt}^2) dxdt \right)^{\frac{1}{2}} \quad (1.7)$$

$\overset{\circ}{W}_{2,\psi}^{1,2}(Q_T)$ -subspace of space $W_{2,\psi}^{1,2}(Q_T)$ is closure all functions from $C^\infty(\overline{Q_T})$ vanishing to zero on $\Gamma(Q_T)$.

Let the coefficients equations (1.1) satisfy following assumptions:

1. $a_i(x, t, \xi), a(x, t, u, \xi), i = \overline{1, n}$ measurable relation x for each $u \in R^1, \xi \in R^n$ and continuously at $u \in R^1,$

$$\xi \in R^n \text{ almost every where } x \in \Omega, t \in (0, T). \quad (1.8)$$

2. There are exists positive constants ν_1, ν_2, ν_3 and functions $b_0, a_0 \in L_p(Q_T), p > \frac{n}{2}$, such that for any $x \in \Omega, u \in R^1, \xi \in R^n, t \in (0, T)$

$$\sum_{i=1}^n a_i(x, t, \xi) \xi \geq \nu_1 |\xi|^2,$$

$$|a_i(x, t, \xi)| \leq \nu_2 |\xi| + b_0(x, t),$$

$$-\nu_3(|u| + a_0(x, t) + |\xi|) \leq a(x, t, u, \xi) \leq \nu_3[|u| + (a_0(x, t) + |\xi|)].$$

(1.9)

A function $u(x, t) \in L_2\left(0, T, \overset{\circ}{W}_{2,\psi}^{1,2}(Q_T)\right)$ is called of solution for the problems (1.1)-(1.3) the integral identities

$$\int_0^T \int_\Omega \frac{\partial u}{\partial t} \bar{\varphi} dxdt + \int_{Q_T} \left[\sum_{i=1}^n a_i\left(x, t, \frac{\partial u}{\partial x_i}\right) \frac{\partial \bar{\varphi}}{\partial x_i} + a(x, t, u, u_x) \bar{\varphi} \right] dxdt +$$

$+ \int_0^T \int_\Omega \psi(x, t) \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \bar{\varphi} dxdt = 0$ (1.10) hold for any functions $\bar{\varphi} \in C^\infty(\overline{Q_T})$ vanishing near Γ and almost everywhere $\tau \in (0, T)$

$$u(x, t) - f(x, t) \in L_2\left(0, \tau, \overset{\circ}{W}_{2,\psi}^{1,2}(Q)\right). \quad (1.11)$$

For regular coefficients and smooth solutions uniqueness for problem (1.1)-(1.3) can be proved using results of Ladyzhenskaya and Uraltseva [8] or Gilbarg and Trudinger [7].

Besides (1.1) we shall consider the regularized equation

$$\frac{\partial u}{\partial t} - \sum_{i=1}^n \frac{\partial}{\partial x_i} \left(a_i\left(x, t, \frac{\partial u}{\partial x_i}\right) \right) - \psi_\varepsilon(x, t) \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + a\left(x, t, u, \frac{\partial u}{\partial x}\right) = 0. \quad (1.12)$$

Correspondingly we define is solution of regularized equation.

2 A priori estimates of solution

Denote $F_0 = \text{esssup}\{|f(x, t)|, x \in \Omega, t \in (0, T)\}, F_1 = \|f(x, t)\|_{W_{2,\psi}^{1,2}(Q_T)}$. We will understand all known parameters depending only on $n, \nu_1, \nu_2, \nu_3, F_0, \Omega, \psi(x, t)$.

Theorem 2.1 Let the conditions (1.8), (1.9) and on $\psi(x, t)$ be satisfied. Then there exists a constant M_0 depending only on known parameters and $\|u\|_{W_{2,\psi}^{1,2}(Q_T)}$ such that each solution (1.10), (1.2), (1.3) satisfies

$$\text{esssup}\{|u(x, t)|: x \in \Omega, t \in (0, T)\} \leq M_0. \quad (2.1)$$

Proof. We keep the before notations estimate the maximum of $|u(x, t)|$ on the set Q_T^+ . Again the proof for Q_T^- runs analogously.

We insert the test function

$$\bar{\varphi}(x, t) = \frac{[u_k(x, t) - m]^r}{\psi(x, t) u_k(x, t)} \left[\int_m^{u_k} \psi(s, t) ds \right]_+, k > m, r \geq 0 \quad (2.2)$$

into regularized (1.10) and obtain

$$\int_0^T \int_{\{m < u < k\}} \frac{\partial u}{\partial t} \bar{\varphi} dxdt +$$

$$\begin{aligned}
 & + \int_0^T \int_{\{m < u < k\}} \left\{ \sum_{i=1}^n \left[a_i \left(x, t, \frac{\partial u}{\partial x} \right) \frac{\partial u}{\partial x_i} \right] r \frac{[u_k(x, t) - m]^{r-1}}{\psi_\varepsilon(x, t) u_k(x, t)} \left[\int_m^{u_k} \psi(s, t) ds \right] + \right. \\
 & \quad \left. + [u_k(x, t) - m]^r \left[1 - \frac{\psi'_{\varepsilon x}(x, t)}{\psi_\varepsilon^2(x, t)} \right] \int_m^u \psi(s, t) ds \right\} dx dt + \\
 & \quad + \int_0^T \int_{\{u > m\}} a \left(x, t, u, \frac{\partial u}{\partial x} \right) \frac{[u_k(x, t) - m]^{r-1}}{\psi_\varepsilon(x, t) u_k(x, t)} \int_m^{u_k} \psi_\varepsilon(s, t) ds - \\
 & \quad - \int_0^T \int_{\{u > m\}} \psi_\varepsilon(x, t) \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \bar{\varphi} dx dt = 0. \tag{2.3}
 \end{aligned}$$

Using conditions to $\psi_\varepsilon(x, t)$ we obtain

$$\begin{aligned}
 r \cdot \frac{[u_k(x, t) - m]^{r-1}}{\psi_\varepsilon(x, t) u_k(x, t)} \int_m^{u_k} \psi(s, t) ds + [u(x, t) - m]^r \left[1 - \frac{\psi'_{\varepsilon x}(x, t)}{\psi_\varepsilon^2(x, t)} \right] \int_m^u \psi(s, t) ds \geq \\
 \geq \frac{m}{\psi_\varepsilon(x, t) u(x, t)} [u(x, t) - m]^r. \tag{2.4}
 \end{aligned}$$

On the other hand condition on $a(x, t, u, \xi)$ give

$$\int_0^T \int_{\{u > m\}} \left[a \left(x, t, u, \frac{\partial u}{\partial x} \right) \frac{[u_k(x, t) - m]^r}{\psi_\varepsilon(x, t) u_k(x, t)} \int_m^{u_k} \psi_\varepsilon(s, t) ds \right] dx dt \geq$$

$$\geq -C_8 \int_0^T \int_{\{u > m\}} \left[a_0 + \left| \frac{\partial u}{\partial x} \right| \right] [u_k - m]^r dx dt. \tag{2.5}$$

Taking (2.4), (2.5) into account, we get from (2.3)

$$\begin{aligned}
 & \int_0^T \int_{\{m < u < k\}} [u_k(x, t) - m]^r \left| \frac{\partial u}{\partial x} \right|^2 dx dt \leq \\
 & \leq C_9 \int_0^T \int_{\{u > m\}} [u(x, t) - m]^r \left[a_0(x, t) + \left| \frac{\partial u}{\partial x} \right| \right] dx dt
 \end{aligned}$$

Let us denote

$$\begin{aligned}
 I(r, t) &= \int_0^T \int_{\{u > m\}} [u(x, t) - m]^r \left| \frac{\partial u}{\partial x} \right|^2 dx dt, \\
 J(r, t) &= \int_0^T \int_{\{u > m\}} [u(x, t) - m]^r \left[a_0(x, t) + \left| \frac{\partial u}{\partial x} \right| \right] dx dt
 \end{aligned} \tag{2.6}$$

and suppose that $J(r, t) < \infty$ for some r , then, by taking the limit $k \rightarrow \infty$ we see that $I(r, t) < \infty$. Now, by Theorem 1 we have $J(r_0, t) < \infty$ for $r_0 = 1$ and hence $I(r_0, t) < \infty$.

By embedding theorem we have $[u - m]_+^{(r/2)+1} \in W_{2, \psi}^{1,2}(\Omega)$ and $[u - m]_+^{(r/2)+1} \in L_{\frac{2n}{n-2}}(\Omega)$. Thus we get $J(r_1, t) < \infty$ for $r_1 = \gamma r_0$ with $\gamma = \min \left\{ \frac{n-1}{n-2}, \frac{n}{p'(n-2)} \right\} > 1$. Iterating this we see that $I(r, t), J(r, t)$ are finite for each positive number r . Later Moser's (see [9]) iteration technique was used to prove the result.

3 The solvability of problem

In order to prove existence of a solution to problem we must replace condition on $a_i(x, t, \xi)$, by a monotonicity condition. Let conditions are satisfied:

$$\sum_{i=1}^n [a_i(x, t, \xi) - a_i(x, t, \eta)] (\xi_i - \eta_i) \geq \nu_1 |\xi - \eta|^2 \tag{3.1}$$

for $\forall x \in \Omega, \xi, \eta \in R^n, t \in (0, T)$.

Theorem 3.1 *Let conditions on coefficients and (3.1) be satisfied. Then the boundary value problem (1.1)-(1.3) has at least one solution $u(x, t) \in W_{2, \psi}^{1,2}(Q_T) \cap L_\infty(Q_T)$.*

Proof. Denote for $\pm u > m^*$, a number m^* depending only on known parameters,

$$a^*(x, t, u, \xi) = a(x, t, \min\{u, m^*\}, \xi).$$

For $\tau, \varepsilon \in [0, 1]$ we consider the following parametric family of boundary value problems

$$\frac{\partial u}{\partial t} - \sum_{i=1}^n \frac{\partial}{\partial x_i} \left[a_i \left(x, t, \frac{\partial u}{\partial x_i} \right) \right] - \psi_\varepsilon(x, t) \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + \tau a^* \left(x, t, u, \frac{\partial u}{\partial x} \right) = 0, (x, t) \in Q_T, \quad (3.2)$$

$$u(x, t) = \tau f(x, t), x \in \partial\Omega, \quad (3.3)$$

$$u(x, 0) = h(x), x \in \Omega. \quad (3.4)$$

By Theorems 2.1 and 2.2 we get a priori estimates for solutions to (3.2)-(3.4)

$$\|u\|_{W_{2,\psi}^{1,2}(Q_T)} \leq M_1, \text{esssup}\{|u(x, t)|: x \in \Omega, t \in (0, T)\} \leq M_0, \quad (3.5)$$

with constants M_0, M_1 independent of τ, ε .

We see that a solution (3.2)-(3.4) with $\tau = 1, \varepsilon = 1$ is a solution to (3.2)-(3.4). We shall prove firstly existence of a solution (3.2)-(3.4) for $\tau = 1, \varepsilon > 0$ and later that take the limit $\varepsilon \rightarrow 0$, to prove Theorem 3.1.

For fixed number $\varepsilon \in (0, 1]$ we consider the parametric family of operators $A_\tau: \mathring{W}_{2,\psi}^{1,2} \rightarrow \left(\mathring{W}_{2,\psi}^{1,2}\right)^*$, $\tau \in [0, 1]$ defined by

$$\begin{aligned} \langle A_\tau v, \bar{\varphi} \rangle &= \int_0^T \int_\Omega \frac{\partial u}{\partial t} \bar{\varphi} dx dt + \\ &+ \int_0^T \int_\Omega \left\{ \sum_{i=1}^n a_i \left(x, t, \frac{\partial(\tau f + v)}{\partial x} \right) \frac{\partial \bar{\varphi}}{\partial x_i} - \psi_\varepsilon(x, t) \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \bar{\varphi} \right\} dx dt + \\ &+ \int_0^T \int_\Omega \tau a^* \left(x, t, u, \frac{\partial(\tau f + v)}{\partial x} \right) \bar{\varphi} dx dt = 0. \end{aligned} \quad (3.6)$$

Easily to check that the operator A_τ satisfies the following condition: for arbitrary sequences $v_l \in \mathring{W}_{2,\psi}^{1,2}(Q_T)$ and $\tau_j \in [0, 1]$ such that $v_j \rightarrow v_0 \in W_{2,\psi}^{1,2}(Q_T)$ weakly, $\tau_l \rightarrow \tau_0$ and $v_l \in \mathring{W}_{2,\psi}^{1,2}(Q_T)$ and $\tau_j \in [0, 1]$ such that $v_j \rightarrow v_0 \in W_{2,\psi}^{1,2}(Q_T)$ weakly, $\tau_l \rightarrow \tau_0$ and $\lim_{j \rightarrow \infty} \langle A_{\tau_j} v_j, v_j - v_0 \rangle \leq 0$,

$$it \text{ follows that } v_j \rightarrow v_0 \text{ strongly.} \quad (3.7)$$

That means that the operator A_τ , τ -fixed satisfies condition (S_+) . Now for proving existence we will apply the degree theory for (S_+) operators (see, [10]).

Theorem is proved.

Now the following local Lipschitz continuity condition is given; there exist a positive nondecreasing function $\mu: R^1 \rightarrow R^1$ and functions $a_1 \in L_p(Q_T), a_2 \in L_{2p}(Q_T), p > \frac{n}{2}$, such that

$$|a(x, t, u, \xi) - a(x, t, v, \xi)| \leq \left[\mu(N) + a_1(x, t) + |\xi|^{\frac{2}{p}} \right] |u - v|, \quad (3.8)$$

$$|a(x, t, u, \xi) - a(x, t, u, \eta)| \leq [\mu(N) + a_2(x, t)] |\xi - \eta|, \quad (3.9)$$

hold for arbitrary $N > 0$, and $x \in \Omega, t \in (0, t), |u|, |v| \leq N, \xi, \eta \in R^n$.

Theorem 3.2 Let the conditions of theorem 3.1 and (3.8), (3.9) be satisfied and let $a_i(x, t, 0) = 0, i = \overline{1, n}$. Then the boundary value problem (1.1)-(1.2) has a unique solution $u(x, t) \in W_{2,\psi}^{1,2}(Q_T) \cap L_\infty(Q_T)$.

Proof. Theorem 2.1-3.1 guarantee existence of a bounded solution to (1.1)-(1.3). Now we will assume the existence of two solutions $u_1, u_2 \in W_{2,\psi}^{1,2}(Q_T) \cap L_\infty(Q_T)$ and show that necessarily $u_1 = u_2$. By theorems 2.1 and 2.2 we have

$$\|u_j\|_{W_{2,\psi}^{1,2}(Q_T)} \leq M_1, \text{esssup}\{|u_j(x, t)|: x \in \Omega, t \in (0, T)\} \leq M_0, \quad (3.10)$$

$j = 1, 2$. Denote $v = u_1 - u_2$ and suppose contradictorily

$$M = \text{esssup}\{|v(x, t)|: x \in \Omega, t \in (0, T)\} > 0. \quad (3.11)$$

It is sufficient to prove that the positive part $[v]_+$ of v vanishes. The function $u_j, j = 1, 2$, satisfy the following integral identities

$$\begin{aligned} &\int_0^T \int_\Omega \frac{\partial u}{\partial t} \bar{\varphi} dx dt + \\ &+ \int_0^T \int_\Omega \left\{ \sum_{i=1}^n a_i \left(x, t, \frac{\partial u_j}{\partial x} \right) \frac{\partial \bar{\varphi}}{\partial x_i} + a_i \left(x, t, u_j, \frac{\partial u_j}{\partial x} \right) \bar{\varphi} - \psi(x, t) \frac{\partial^2 u_j}{\partial t^2} \bar{\varphi} \right\} dx dt = 0, \end{aligned} \quad (3.12)$$

for $\forall \bar{\varphi} \in W_{2,\psi}^{1,2}(Q_T), j = 1, 2$.

We insert the test function

$$\bar{\varphi} = [v - m]_+, m \in [0, M], \tag{3.13}$$

additionally, we insert the test function

$$\varphi = \frac{1}{u_1} \int_{u_1+m}^{u_1+v} \psi(s, t) ds, \tag{3.14}$$

into (3.12), $j = 1$. Thus, we get

$$\begin{aligned} & \int_0^T \int_{\{v>m\}} \frac{\partial u_1}{\partial t} v dx dt + \\ & + \int_0^T \int_{\{v>m\}} \left\{ \sum_{i=1}^n a_i \left(x, t, \frac{\partial u_1}{\partial x_i} \right) \left[\frac{\partial(u_1 + v)}{\partial x} (u_1 + v) - \frac{\partial u_1}{\partial x_i} (u_1 + m) \right] - \right. \\ & \quad \left. - \sum_{i=1}^n a_i \left(x, t, \frac{\partial u_1}{\partial x} \right) \frac{\partial u_1}{\partial x_i} u_1 \bar{\varphi} - \right. \\ & \quad \left. - a \left(x, t, u_1, \frac{\partial u_1}{\partial x} \right) \bar{\varphi} - \psi(x, t) \frac{\partial^2(u_1+v)}{\partial t^2} (u_1 + m) \right\} dx dt = 0. \tag{3.15} \end{aligned}$$

Taking the difference of (3.15) and (3.17), we obtain

$$\begin{aligned} & \int_0^T \int_{\{v>m\}} \frac{\partial(u - u_1)}{\partial t} v dx dt + \\ & + \int_0^T \int_{\{v>m\}} \left\{ \left[\sum_{i=1}^n a_i \left(x, t, \frac{\partial(u_1 + v)}{\partial x} \right) - \sum_{i=1}^n a_i \left(x, t, \frac{\partial u_1}{\partial x} \right) \right] \frac{\partial v}{\partial x_i} - \right. \\ & \quad \left. - \sum_{i=1}^n a_i \left(x, t, \frac{\partial u_1}{\partial x} \right) \frac{\partial u_1}{\partial x_i} [v - m] + \right. \\ & \quad \left. + \sum_{i=1}^n a_i \left(x, t, \frac{\partial u_1}{\partial x} \right) \frac{\partial u_1}{\partial x_i} u_1 \varphi + a \left(x, t, u_1 + v, \frac{\partial(u_1 + v)}{\partial x} \right) (v - m) - \right. \\ & \quad \left. - a \left(x, t, u_1, \frac{\partial u_1}{\partial x} \right) \bar{\varphi} - \psi(x, t) \frac{\partial^2(u_1+v)}{\partial t^2} (v - u_1) \right\} dx dt = 0. \tag{3.16} \end{aligned}$$

Now from condition on coefficients implies

$$-a \left(x, t, u_1, \frac{\partial u_1}{\partial x} \right) \bar{\varphi} \geq - \int_{u_1+m}^{u_1+\varepsilon} a \left(x, t, s, \frac{\partial u_1}{\partial x} \right) ds \tag{3.17}$$

and $a_i(x, t, 0) = 0, i = \overline{1, n}$, give

$$\sum_{i=1}^n a_i \left(x, t, \frac{\partial u_1}{\partial x} \right) \frac{\partial u_1}{\partial x_i} \geq 0. \tag{3.18}$$

Thus, using (3.17), (3.18) we obtain from (3.16)

$$\begin{aligned} & \int_0^T \int_{\{v>m\}} \frac{\partial(u - u_1)}{\partial t} v dx dt + \\ & + \int_0^T \int_{\{v>m\}} \left\{ (u_1 + v) \sum_{i=1}^n \left[a_i \left(x, t, \frac{\partial(u_1 + v)}{\partial x} \right) - a_i \left(x, t, \frac{\partial u_1}{\partial x} \right) \right] \frac{\partial v}{\partial x_i} + \right. \\ & \quad \left. + a \left(x, t, u_1 + v, \frac{\partial(u_1 + v)}{\partial x} \right) (v - m) - \right. \\ & \quad \left. + a \left(x, t, u_1 + v, \frac{\partial(u_1+v)}{\partial x} \right) (v - m) - \int_{u_1+m}^{u_1+v} a \left(x, t, s, \frac{\partial u_1}{\partial x} \right) ds + \psi(x, t) \frac{\partial^2(u_1+v)}{\partial t^2} (v - m) \right\} dx dt. \tag{3.19} \end{aligned}$$

We estimate summands from (3.19)

$$\begin{aligned} & \left| a \left(x, t, u_1 + v, \frac{\partial(u_1 + v)}{\partial x} \right) (v - m) - \int_{u_1+m}^{u_1+v} a \left(x, t, s, \frac{\partial u_1}{\partial x} \right) ds \right| = \\ & \left| \int_{u_1+m}^{u_1+v} \left[a \left(x, t, u_1 + v, \frac{\partial(u_1 + v)}{\partial x} \right) - a \left(x, t, s, \frac{\partial u_1}{\partial x} \right) \right] ds \right| \leq \\ & \leq C_{12} \left\{ [a_2(x, t) + 1] \left| \frac{\partial v}{\partial x} \right| + \left[a_1(x, t) + 1 + \left| \frac{\partial u_1}{\partial x} \right|^{\frac{2}{p}} \right] (v - m) \right\} (v - m), \end{aligned} \quad (3.20)$$

hear $x \in \{v > m\}$.

Thus, we get from (3.19)

$$\begin{aligned} & \int_0^T \int_{\{v>m\}} \left[\left| \frac{\partial v}{\partial t} \right|^2 + \left| \frac{\partial v}{\partial x} \right|^2 \right] dx dt \leq C_{13} \int_0^T \int_{\{v>m\}} \left\{ [a_2(x, t) + 1] \left| \frac{\partial v}{\partial x} \right| + \right. \\ & \left. + \left[a_1(x, t) + 1 + \left| \frac{\partial u_1}{\partial x} \right|^{\frac{2}{p}} \right] (v - m) \right\} (v - m) + \psi(x, t) \frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2} (v - m) \Big\} dx dt. \end{aligned}$$

Using Young's and Holder's inequalities, we obtain

$$\int_0^T \int_{\{v>m\}} \left| \frac{\partial v}{\partial x} \right|^2 dx dt \leq C_{14} \left\{ \int_0^T \int_{\{v>m\}} [v - m]^{2p'} dx dt \right\}^{\frac{1}{p'}}, \quad p' = \frac{p}{p-1}, \quad (3.21)$$

where C_{14} depends only on known parameters and norms of the functions a_1, a_2 in $L_p(\Omega)$ and $L_{2p}(\Omega)$ respectively.

Let now $q < 2$ be defined by $\frac{nq}{n-p} = 2p'$. Using the embedding theorem and Holder's inequality we can evaluate the right-hand side of (3.21) used here (3.9) and the fact that $\left| \frac{\partial v}{\partial x} \right| = 0$ almost everywhere on the set $\{v = M\}$. Then

$$\int_0^T \int_{\{v>m\}} \left| \frac{\partial v}{\partial x} \right|^2 dx dt \leq C_{15} \left[\text{meas}\{m < v < M\}^{\frac{2}{q}-1} \int_0^T \int_{\{v>m\}} \left| \frac{\partial v}{\partial x} \right|^2 dx dt \right]. \quad (3.22)$$

Since the measure of the set $\left\{ \frac{(M-1)}{j} < v < M \right\}$ tends to zero for $j \rightarrow \infty$, (3.22) implies that for sufficiently large j_0

$$\int_0^T \int_{\{v>m\}} \left| \frac{\partial v}{\partial x} \right|^2 dx dt = 0, \quad m(j_0) = M - \frac{1}{j_0} > 0. \quad (3.23)$$

Using Friedrich's inequality we get from (3.23)

$$\int_0^T \int_{\{v>m\}} [v - m(j_0)]^2 dx dt = 0,$$

and consequently $v \leq m(j_0)$ almost every where on Q_T . This contradict (3.11).

Theorem is proved.

References

- [1] Alt H., W., Luckhaus S., (1983), Quasilinear elliptic-parabolic differential equations, Math. Z., 183: 311-341.
- [2] Benilan P.H., Wittbold P., (1996), On mind and weak solutions of elliptic-parabolic systems, Adv. Differ. Equ. 1: 1053-1073.
- [3] Gadjeiev T.S., Gasanova G.H., Zulfaliyeva G.Z., (2017), A priori estimates for the solutions to a kind of degenerate elliptic-parabolic equations, Transactions of NAS of Azerbaijan, Issue Mathematics, 37 (1), 92-108.
- [4] Gajewski H., (1994), On a variant of monotonicity and its application to differential equations, Nonlinear Anal., TMA 22, 73-80.
- [5] Gajewski H., Groger K., (1996), Reaction-diffusion processes of electrically charged species, Math. Nachr., 177, 109-130.
- [6] Gajewski H., Zacharis K., (1998), Global behavior of reaction diffusion system modeling chemotaxis, Math. Nachr., 77-114.
- [7] Gilbarg D., Trudinger N., (1983), Elliptic Partial Differential Equations of second order, Springer, Berlin.
- [8] Ladyzhenskaya O.A., Uraltseva N.N., (1973), Linear and quasilinear elliptic equations, Nauka, Moscow, 1973 (Russian).
- [9] Moser J., (1960), A new proof of De Giorgi's theorem concerning the regularity problem for elliptic differential equations, Commun Pure Appl. Math., 13 457-468.
- [10] Skrypnik I.V., (1994), Methods of Analysis of Nonlinear Elliptic Boundary Value Problems, Translations of Mathematical Monographs, Vol. 139, American Math. Society, Providence, RI.

Kassenova Leila Galymbekovna
candidate of pedagogics, associate Professor
Aitkul Serikbaevna Yersultanova
master, senior lecturer
Kazakh University of Economics, Finance and international trade,
Nur-Sultan city, Republic of Kazakhstan

THE PRINCIPLES OF SYMMETRY AS A FORM OF IMPLEMENTATION OF VISUAL AIDS IN TRAINING STUDENTS OF ENGINEERING SPECIALTIES

Касенова Лейла Галимбековна
кандидат педагогических наук, доцент
Ерсултанова Айткуль Серикбаевна
магистр, старший преподаватель
Казахский университет экономики, финансов и международной торговли, г.Нур-Султан, Республика Казахстан

ПРИНЦИПЫ СИММЕТРИИ КАК ВИД РЕАЛИЗАЦИИ НАГЛЯДНОСТИ В ОБУЧЕНИИ СТУДЕНТОВ ИНЖЕНЕРНЫХ СПЕЦИАЛЬНОСТЕЙ

In the process of teaching physics, it is necessary to acquaint students with the modern achievements of physics as a science and the problems currently being solved. Complex in the study of the phenomenon often does not cause interest in students. To increase motivation to study complex topics, it is necessary to make their presentation more accessible and visible.

The article presents the principle of symmetry as a fundamental and important methodological principle of modern science, on the basis of which the presentation of the material will simultaneously reveal modern ideas about the phenomenon and help to make the phenomenon more visible.

В процессе обучения физике необходимо знакомить обучающихся с современными достижениями физики как науки и решаемыми в настоящее время проблемами. Сложное в изучении явление чаще всего не вызывает интереса у обучающихся. Чтобы повысить мотивацию к изучению сложных тем, необходимо сделать их изложение более доступным и наглядным.

В статье представлен принцип симметрии как основополагающий и важный методологический принцип современной науки, на основе которого изложение материала будет одновременно раскрывать современные представления о явлении и поможет сделать явление более наглядным.

Keywords: physical phenomena, symmetry principles, model

Ключевые слова: физические явления, принципы симметрии, модель

Accessibility and visibility — one of the main didactic principles to achieve modern educational goals, the Implementation of these principles can be carried out in different ways. There are two main methods to make complex material related to modern scientific problems more understandable. The first method is associated with the application of symmetry principles to explain certain complex phenomena. The principles of symmetry are fundamental and important methodological principles in modern science. The presentation of the material on the basis of these principles will simultaneously reveal modern ideas about the phenomenon and will help to make the phenomenon more visible.

The second technique is to use models, both natural and mathematical, demonstrating complex to present physical processes at a simplified level. Being a tool for providing visibility, they also allow to reveal the essence of the events, to focus on some important features of the studied processes. Full-scale models have great visibility and relative simplicity. Mathematical models reveal the theoretical basis of the studied phenomenon. These models should also take into account the principles of symmetry, on the basis of which the mechanisms of complex phenomena studied in the course of physics are explained [1].

Clarification of the role of the principle of symmetry in physical knowledge becomes necessary in connection with the statement in modern physics of the idea that the properties of symmetry contains the most fundamental information about the physical object (system), that the symmetry transformations are almost the main and most profound elements of the physical description and explanation of nature. This position of symmetry in the system of developing knowledge as shown by the development of physics allows deeper and more fully reveal the essential unity, integrity and indivisibility of the world, to determine the semantic content of many problems including the irreversibility and direction of time, global evolutionism and anthropic principle.

The principles of symmetry are established experimentally in the analysis of known laws. In turn, the known principles of symmetry allow us to discover new laws, reveal the structure of physical theories and the relationship of the laws inherent in them, allow us to solve problem situations in the development of scientific knowledge.

The symmetry of space (homogeneity and isotropy) and the symmetries of time (homogeneity and reversibility) were known to scientists of the ancient

world: the properties of any object (for example, a triangle), and therefore the laws do not depend on the position of the object on this axis, nor on the position of this axis, nor on the time when these properties are considered. In mechanics and electrodynamics, the reversibility of laws is seen from the equations (the equations do not change when replacing t with $-t$) [2].

It is found that each symmetry provides its own law of conservation: the law of conservation of the amount of motion due to the homogeneity of space, the law of conservation of momentum – isotropy of space, the law of conservation of energy – the homogeneity of time. Conversely, when a quantity remains constant, it means that there is a symmetry that preserves that quantity. For example, the laws of conservation of electron, muon and baryon charges, as well as the law of conservation of strangeness are known. We can expect that these conservation laws are also a consequence of certain symmetries that we do not know about.

The principles of symmetry are much more stable than the laws. Therefore, the discovery of violations of known symmetries leads to significant problem situations. Allowing them to make outstanding discoveries.

Thus, for example, Galileo very negatively reacted to Kepler's laws, according to which the circular symmetry of planetary movements, proposed by Copernicus, was replaced by a less obvious – elliptical. Overcoming this problem situation was the work of Newton, fully explained the "Kepler symmetry".

When it was found that Maxwell's equations are noninvariant with respect to the Galilean transformations, a problem situation arose. A radical solution to the problem was found by Einstein, who justified the Lorentz transformations in the framework of special relativity.

However, in history there are situations when the principle of symmetry, being elevated to the rank of universal and absolutely reliable truth, became an obstacle in the development of physics. For example, Aristotle's idea of a dedicated vertical to the earth's surface was elevated to the rank of unshakable truth. It took the heroic efforts of Giordano Bruno, Copernicus, Galileo, Descartes and other scientists to pave the way for the assertion of the principle of symmetry – "space isotropic".

So, with the development of physics, the very concept of symmetry deepens and expands and increasingly serves the knowledge of the world by man [3].

Students can form an idea of symmetry, based on their existing knowledge. For this purpose, in the study of the "Mechanics" section, symmetry transformations are used to solve problems, consider stable and unstable States, as well as issues of symmetry of space and time. However, the study of the laws of conservation (energy, momentum) lays the Foundation for the understanding that in addition to the geometric symmetry around us, there is also the symmetry of physical laws.

Let us consider how the concept of symmetry can be used in the study of the section "Molecular physics". Here students can be introduced to the concept of "symmetry breaking" for the first time. The concepts of phase transitions of I and II kind are introduced. For the

teacher it is important to show what phenomena occur at phase transitions.

In this case, the explanation of the mechanisms of the processes occurring during the transitions is easy to explain, using the symmetry transformation of the internal structure of matter.

Based on the explanation of the symmetry of the internal structure of matter, we thus use symmetry in its geometric representation, that is, what the students are already familiar with [4].

At the same time, it is important to emphasize the symmetry of various laws and phenomena in the course of their study and in solving problems (symmetry of electric and magnetic fields in a single electromagnetic field, the method of mirror images in electrostatics, the symmetry of processes in oscillatory systems with respect to the equilibrium position).

As an example of the use of the ideas of modern science in education, we can consider the introduction to the programs of universities, and now schools, issues related to the study of self-organization of living and non-living systems. In school physics, an example of self-organizing systems can serve as self-oscillating systems. In addition, the University considers issues related to bifurcation, linear and nonlinear systems.

In the end, it is necessary to create the idea of symmetry as a criterion that limits the variety of structures that can exist in nature. It establishes internal relationships between objects that are not related to each other. Any classification is based on the detection of symmetry properties of classified objects.

Let us consider in more detail the presentation of the question of phase transitions. The crystal body has anisotropy of properties, which is manifested in the fact that in different directions the properties of crystals are different. This is due to differences in the lengths of the crystal lattice edges. The difference in properties in different directions suggests that crystals have less symmetry than, for example, liquids or gases. The last aggregate States of matter are characterized by isotropy of properties (for example, in all directions the same compressibility, light passes without changing the intensity). If we consider a small volume of liquid or gas, these substances can be considered homogeneous.

The isotropy of the properties of gases and liquids is determined by a large number of operations in which the properties of the object do not change (rotation, parallel transfer, etc.). Turning to the models of the crystal lattice, we see that it has fewer such transformations than liquid bodies [5].

Further, on the basis of the difference in the symmetry of the internal structure, it is possible to consider the laws of phase transitions. "Gases and liquids are characterized by the same symmetry of the internal structure, unlike solids. This or that symmetry property can appear only by a jump. In each state, the body will have some symmetry. Means, can be point to which of two phases it applies» [4]. The curve of equilibrium of these phases can end in an isolated point. It can either end at the point of intersection with another equilibrium curve, or go to infinity. This can be seen in the diagram of the state in the axes of PT. Important is the question

of how exactly is the alignment of the axes of the crystal in the transition liquid - solid. Liquid molecules occupy certain places due to the decrease in temperature, and hence the energy of motion of the particles, and form a crystal lattice. The shape of the crystal lattice (the direction of the axes of symmetry and the size of the edges) is due to external factors.

All of the above patterns are abstract, because they can not be demonstrated by experience due to the micro-scale of the processes. Nevertheless, the fundamental process that determines the structure and properties of phases - the symmetry breaking of the internal structure of matter - can be shown by simple experiments illustrating the concept of symmetry breaking in macro scales. In addition, these experiments demonstrate other concepts: stable and unstable equilibrium, fluctuations, the importance of fluctuations not only in the microcosm, but also in the macrocosm [6].

The urgent need for the application of models is felt in the study of those natural phenomena that are not observed directly in the experience, or are accompanied by numerous side effects that prevent to establish the essence and observe this phenomenon. These include the phenomena of spontaneous symmetry breaking. The doctrine of symmetry is the basis for the analysis of a number of laws of nature, becomes the basis of the principle of classification of many phenomena, is used to create new hypotheses and theories. The role of this doctrine especially increases at the level of the microcosm, where the patterns of structure can determine the patterns of processes [7].

The development of the theory of symmetry allowed to put forward new scientific hypotheses, as well as to explain the existing theories. This is based on the property of symmetry, to reflect the most common patterns of natural phenomena, and hence the ability to predict the further development of processes. Now recognized is the assertion that the principles of symmetry are the highest level of knowledge of the physical world, standing above the physical laws and theories. The ideas of symmetry are the core ideas of modern physics.

Based on the above, it is necessary to consider in more detail the principles of symmetry and build a unified physical picture of the world, based on these principles in the course of physics at school and at University. The principles of symmetry on the one hand combine many physical phenomena and are the basis for their explanation, and on the other hand the symmetry is quite clear and can be demonstrated using physical and mathematical models [8].

References:

1 Sergeeva, I.V. (2007). Modelirovaniie protsessov so spontannym narusheniem simmetrii pri izuchenii fiziki na raznykh urovniakh obrazovaniia [Modelling of processes with spontaneous infringement of symmetry at physics studying on different educational levels]. *Extended abstract of candidate's thesis*. Sankt-Peterburg [in Russian].

2 Printsipy simmetrii v fizike [Principles of symmetry in physics]. Retrieved from: <https://helpiks.org/2-12611.html>. [in Russian].

3 Elliott, J. & Dawber, P. (1983). *Symmetries in Physics*. 2 Vols. Oxford University Press.

4 Sivukhin, D.V. (1975). *Obshii kurs fiziki [The course of General physics]*. (Vol.2). Moskva: Fizmatlit [in Russian].

5 Iziumov, Yu.A. & Syromiatnikov, V.N. (1988). *Fazovyye perekhody i simmetriia kristallov [Phase transitions and crystal symmetry]*. Moskva: Nauka [in Russian].

6 Kompaneets, A.S. (1978). *Simmetriia v mikro i makromire [Symmetry in the micro-and macrocosm]*. Moskva: Mir [in Russian].

7 Liaptsev, A.V. & Sergeeva I.V. (2004). Modelirovaniie yavlenii, svyazannykh so spontannym narusheniem simmetrii [Modeling of phenomena related to spontaneous symmetry breaking]. *Fizika v shkole i vuze - Physics at school and University* [in Russian].

8 Kassenova, L.G. & Musaif, G. (2017). Komp'yuternoe modelirovaniie fizicheskikh protsessov kak metod nauchnogo poznaniia i issledovaniia. [Computer modeling of physical processes as a method of scientific knowledge and research]. *Vestnik KazNPU – Bulletin of the Kazakh national pedagogical University*, 30, 224-229 [in Russian].

Список литературы:

1 Сергеева И.В. Моделирование процессов со спонтанным нарушением симметрии при изучении физики на разных уровнях образования: автореф. дис. на соискание уч. степени канд. пед. наук: спец. 13.00.02 «Теория и методика обучения и воспитания (физика, уровни общего и профессионального образования)» / И.В.Сергеева. – Санкт-Петербург, 2007. – 19 с.

2 Принципы симметрии в физике [Электронный ресурс] / Режим доступа: <https://helpiks.org/2-12611.html>. (дата обращения: 12.03.2019)

3 Эллиот Дж. Симметрия в физике / Дж.Эллиот, П.Добер. - Т. 1. М.: Мир, 1983. - 368 с.

4 Сивухин Д.В. Общй курс физики: учеб.пос. / Д.В. Сивухин. - Т.2. Физматлит, 2011. – 479 с.

5 Изюмов,Ю.А. Фазовые переходы и симметрия кристаллов/ Ю.А.Изюмов, В.Н.Сыромятников. - Изд Наука, 1988. - 248 с.

6 Компанец А.С. Симметрия в микро- и макромире / А.С. Компанец. - М., 1978. - 208 с.

7 Ляпцев А.В., Сергеева И.В. Моделирование явлений, связанных со спонтанным нарушением симметрии. // Физика в школе и вузе. - 2004.- С. 22.

8 Касенова Л.Г., Мусайф Г. Компьютерное моделирование физических процессов как метод научного познания и исследования. // Вестник КазНПУ, серия «Физико-математическая». – 2017. - №3 (59). - С.224-229

Насиров Т.З.

кандидат физико-математических наук,
доцент кафедры лазерных технологий и оптоэлектроники
Ташкентский государственный технический университет имени И. Каримова

Юсупов Д.Б.

доктор физико-математических наук,
профессор кафедры лазерных технологий и оптоэлектроники
Ташкентский государственный технический университет имени И. Каримова

Хожиев Фаррух Анварович

магистрант

Ташкентский государственный технический университет

ИССЛЕДОВАНИЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ЛАЗЕРНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ В ДВУХМОДОВОМ ВОЛОКОННОМ СВЕТОВОДЕ

Nasirov T.Z.

doctor of philosophy in physics and mathematics,
professor of department laser technologies and optoelectronics
Tashkent State technical University named after I. Karimov

Yusupov D.B.

doctor of science in physics and mathematics,
professor of department laser technologies and optoelectronics
Tashkent State technical University named after I. Karimov

Khojiyev Anvar Anvarovich

magister

Tashkent State technical University named after I. Karimov

INVESTIGATION OF DISTRIBUTION OF LASER RADIATION IN THE TWO MODE OPTIC FIBER

Аннотация: Представлены результаты исследования распределения интенсивности гелиево-неонового лазера в двухмодовой оптической кабели. Показано, что формы интенсивностей мод LP_{01} и LP_{02} напоминают гауссово распределение со строгим пиком в самом центре волокна, а форма моды LP_{11} хотя по краям волокна напоминает гауссово распределение, однако внутри него имеет синусообразную картину, причем, в отличие от мод LP_{01} и LP_{02} , в самом центре волокна интенсивность практически равна нулю. Отсюда следует, что если по данному волокну излучение гелиево-неонового лазера использовать в целях передачи, обработки и приема сигналов, то несущие сигнал моды LP_{01} и LP_{11} можно использовать одновременно, а моды LP_{01} и LP_{02} смешивать, т.е. использовать одновременно не целесообразно.

Abstract: The results of investigations on distribution intensity of from He-Ne laser in the two mode optic fiber have been presented. It has been shown that the LP_{01} and LP_{02} modes intensities shapes similar to the Gauss distribution having the strict peak in the fiber center, and LP_{11} mode shape although on the fiber boundaries is similar to Gauss distribution, but in its interior parts has sinus like picture which unlike from LP_{01} and LP_{02} modes the intensity in the fiber center practically equals to zero. It follows from ones if we use radiation of He-Ne laser for transmission, processing and receiving signals then LP_{01} and LP_{02} modes as signal carriers can be used simultaneously, at the same time using LP_{01} and LP_{02} modes have not been recommended.

Ключевые слова: двухмодовое оптическое волокно; распределение интенсивности; гауссово распределение

Keywords: two mode optic fiber; intensity distribution; Gauss distribution

Постановка проблемы

Как известно, что в настоящее время оптические волокна (ОВ) широко применяются для передачи, обработки и приема сигналов, в которых в качестве несущих информацию волн применяются инфракрасные и видимые лучи. Распространяясь по волокнам, теряется часть мощности входящего излучения. В связи с этим представляет широкий интерес исследовать количественно степень распределения интенсивности излучения по поперечному сечению при распространении оптического излучения через волокна.

Анализ последних исследований и публикаций

В последнее время среди ОВ предпочтенье стали отдавать [1, с. 247; 2, с. 225] маломодовым ОВ по причине того, что последние имеют ряд преимуществ по сравнению с их предшественниками: в них можно масштабировать около 50 мод; диаметр внутренней оболочки стандартный – 125 мкм; имеется возможность производить сварку с помощью традиционных аппаратов, легко приспособить к ним традиционные оптические компоненты стандартных оптических систем.

В работах [3, с. 289; 4, с. 727] было исследовано влияние линейного смешения сигналов на проявление Керр-нелинейностей при одновремен-

ной передаче трех модовых каналов в одном волкне на одной же длине волны и было показано, что при использовании в качестве несущей информацию нескольких мод одной длины волны может происходить межмодовая интерференция, которая впоследствии будет негативно влиять на целостность и качество передающегося сигнала.

При монтаже любых прокладок ОВ и при передаче по ним сигналов нужно учитывать [5, с. 28; 6, с. 8] стойкость ОВ к механическим и климатическим воздействиям, а также возможную генерацию высших гармоник [7, с. 60]. Кроме этого, всегда имеется потеря мощности излучения, характеризующаяся коэффициентом затухания. В работах [8, с. 51; 9, с. 70] было установлено, что коэффициент затухания изогнутого участка ОВ возрастает с увеличением длины волны оптического сигнала, с уменьшением радиуса изгиба, с уменьшением радиуса сердцевины оптического волокна и с уменьшением высоты профиля показателя преломления.

Для передачи мощного оптического излучения в работе [10, с. 91] было предложено воспользоваться оптическим металлизированным волокном, выполненным по коаксиальной структуре. Там же отмечается, что данная конструкция обладает минимальной дисперсией, минимальными нелинейными эффектами и выдерживает повышенные тепловые нагрузки, сопровождающие распространение мощного оптического излучения, а также позволяет увеличивать числовую апертуру и передавать повышенную мощность излучения.

В целях проведения более точных и наглядных исследований распространения оптического излучения через ОВ необходимо включить в экспериментальную установку элемент, обеспечивающий разделение (фильтрацию) оптических мод. В работе [11, с. 3] для этой цели было предложено использовать электрически управляемое жидкокристаллическое устройство, которое в нужный момент позволяет переключить моды лазерного излучения.

К настоящему моменту **не решена задача исследования распределения интенсивности по поперечному сечению волокна.**

Целью настоящей работы является экспериментальное исследование зависимости мощности оптического излучения при выходе из оптического волокна от мощности входного излучения в это же волокно по поперечному сечению волокна.

Методика исследований и экспериментальная установка

В эксперименте в качестве источника оптического излучения был использован гелиево-неоновый лазер. Рабочая длина волны была установлена на 632,816 нм. При этом для согласования излучения использовали собирающую линзу с фокусным расстоянием 5 см. Эффективность ввода η излучения определяли как отношение мощности, введенной в световод P_{input} , к мощности $P_{radiation}$, излучаемой источником:

$$\eta = 10 \lg \frac{P_{input}}{P_{radiation}}. \quad (1)$$

Излучение в световод ввели методом соединения встык, т.е. торцы оптического волокна максимально приблизили к излучающей поверхности источника.

Считая, что источник излучает равномерно по площади и симметрично относительно оптической оси, вводимую в световод мощность P_{input} рассчитали выражением:

$$P_{input} = 2\pi \frac{S_{overlap}}{S_{radiation}} \int_0^A I_{radiation}(\theta) \sin \theta d\theta, \quad (2)$$

где

$S_{overlap}$ – площадь перекрытия сердцевины световода;

$S_{radiation}$ – площадь излучающей поверхности гелиево-неонового лазера;

A – апертура волокна, радиан;

$I_{radiation}(\theta)$ – сила света источника в зависимости от направления, Вт/стерадиан;

θ – угол между направлением распространения излучения и оптической осью источника, радиан.

Считая излучение гелиево-неонового лазера ламбертовым:

$$I = I_0 \cos \theta,$$

можно определить эффективность ввода η из соотношения:

$$\eta = 10 \lg \left[(1 - \cos A) \frac{S_{overlap}}{S_{radiation}} \right]. \quad (3)$$

Имеется возможность повышения эффективности ввода путем использования дополнительных оптических элементов. При расчете эффективности ввода излучения от гелиево-неонового лазера можно использовать упрощенные выражения, полученные с использованием законов геометрической оптики.

На рис.1 показан ход лучей от излучателя в световод для случая использования тонкой сферической линзы. В том случае, когда площадь излучающей поверхности лазера меньше площади торца сердцевины волокна использование линзы позволяет повысить эффективность ввода излучения благодаря согласованию апертуры волокна с диаграммой направленности излучателя. Для согласования излучатель располагают на таком расстоянии от линзы, при котором размеры изображения излучателя и размеры сердцевины волокна равны:

$$d = F \frac{K + 1}{K},$$

где

d – расстояние от излучающей поверхности до линзы;

F – фокусное расстояние линзы;

K – линейное увеличение линзы.

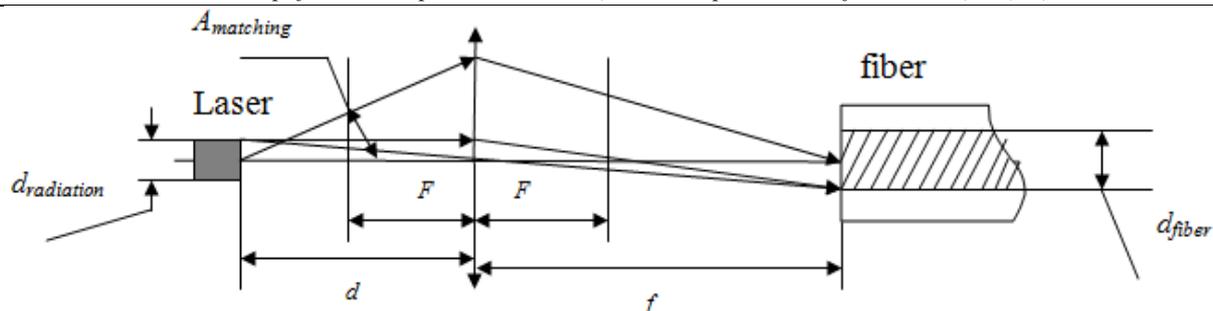


Рис.1. Ввод излучения в волокно с помощью собирающей линзы

В таком случае торец волокна следует располагать на оптической оси линзы в месте, где формируется изображение излучателя:

$$f = F(K + 1)$$

Рассматривая изображение источника как источник, пристыкованный к сердцевине волокна, можно рассчитать вводимую в волокно мощность по формуле:

$$P_{input} = 2\pi \int_0^{A_{matching}} I_{radiation}(\theta) \sin \theta d\theta$$

Для исключения дополнительных потерь на диафрагмирование потока излучения от источника необходимо, чтобы диаметр линзы d_{lens} выбирался из условия:

$$d_{lens} \geq 2f \operatorname{tg} A$$

Принципиальная схема экспериментальной установки представлена на рис.2. Данная установка представляет собой набор последовательно расположенных элементов: гелиево-неонового лазера – 1, собирающей линзы – 2, приспособления – 3 по разветвлению определенной поляризационной компоненты оптического излучения к оптическому волокну – 4, фотоэлемента – 5 и полупрозрачного экрана – 6, на котором можно наблюдать в увеличенном виде распределение интенсивности излучения, вышедшего из оптического волокна.

Эксперимент проводили на трех модах: LP_{01} , LP_{11} и LP_{02} , которые были разветвлены поочередно с помощью приспособления 3.

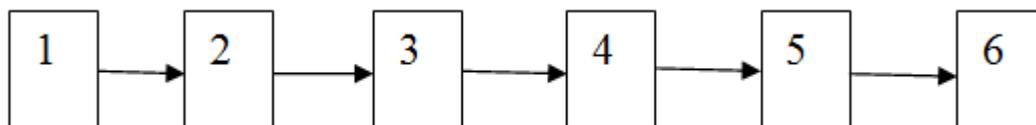


Рис.2. Принципиальная схема экспериментальной установки:

1 – гелиево-неоновый лазер; 2 – собирающая линза; 3 – поляризационный разветвитель для фильтрации определенной поляризационной компоненты оптического излучения; 4 – оптическое волокно; 5 – фотоэлемент; 6 – экран.

Результаты исследований и обсуждение

В экспериментах использовали двухмодовый световод SF 8 10/125 с длиной 500 м, который был намотан на цилиндрический барабан с внешним диаметром 0.9 м. Диаметр оболочки самого волокна 125 мкм, диаметр сердцевины 8 мкм.

После установления максимальной яркости на экране сфотографировали, на основании которого построили зависимость интенсивности излучения при выходе из оптического волокна от расстояния от центра волокна. В целях получения сравнительной картины, используя данные всех этих снимков, построили зависимость интенсивности излучения при выходе из оптического волокна от расстояния от центра волокна на одном графике для трех мод (рис.3).

Из рисунка 3 видно, что для оптической моды LP_{01} получена зависимость, напоминающая гауссово распределение интенсивности, имеющая четкий пик в центре по поперечному сечению сердцевины ОВ. А мода LP_{11} имеет двух пиковых значений интенсивности, соответствующих примерно 1/3 и 2/3 частям отрезка по диаметру волокна. Что касается моды LP_{02} , то здесь интенсивность имеет практически одинаковую форму с модой LP_{01} .

Выводы исследований и перспективы

Итак, на основании результатов, полученных на проведенных экспериментах по изучению интенсивности излучения красного луча от гелиево-неонового лазера при выходе из двухмодового оптического волокна, можно сделать следующие выводы:

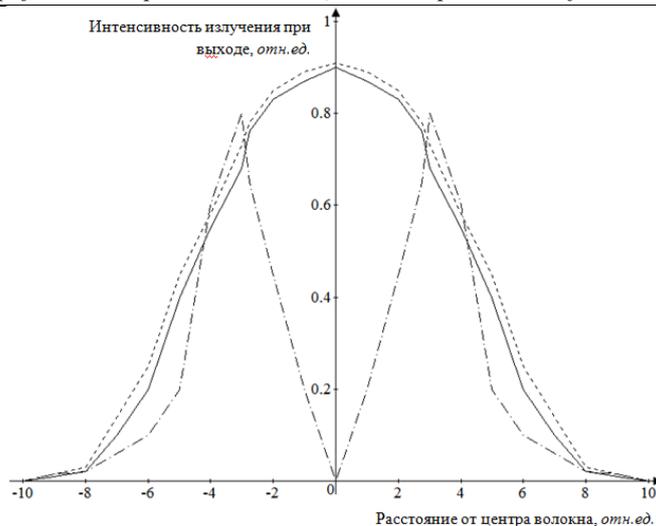


Рис. 3. Профили распределения излучения ψ в двухмодовом одноканальном световоде в модах LP_{01} (сплошная линия), LP_{11} (точечно-пунктирная линия) и LP_{02} (пунктирная линия).

Во первых, форма интенсивности моды LP_{01} напоминает гауссово распределение со строгим пиком в самом центре волокна. Отсюда следует, что хотя в эксперименте оптическое волокно было намотано на барабан с диаметром 0.9 м, оно достаточно хорошо пропускает световое излучение, причем оно распространяется очень хорошо по самому центру волокна.

Во-вторых, хотя форма интенсивности моды LP_{11} по краям волокна напоминает гауссово распределение, однако внутри него имеет синусообразную картину, причем, в отличие от моды LP_{01} , в самом центре волокна интенсивность практически равна нулю. Отсюда можно сделать вывод в том, что моды LP_{01} и LP_{11} внутри волокна не претерпевают явления резонанса, т.е. могут распространяться практически независимо друг от друга.

В-третьих, мода LP_{02} имеет форму, практически совпадающую с модой LP_{01} . Это, видимо, связано с тем, что распространяясь по данному волокну, эти моды могут претерпевать явления резонанса.

Резюмируя вышесказанное можно заключить в том, что если данное волокно использовать для передачи, обработки и приема сигналов, то моды LP_{01} и LP_{11} можно одновременно использовать в качестве несущей волны, а моды LP_{01} и LP_{02} смешивать, т.е. использовать одновременно не рекомендуется.

Список литературы:

1. Бурдин А.В. Расчет параметров схемы прецизионного позиционирования каналов MDM на торце маломодового волоконного световода // Информационные технологии. –2016. –т. 14. –№ 3. –Сс. 247-258.
2. Бурдин В.А., Бурдин А.В. Моделирование протяженной волоконно-оптической линии передачи с двумодовыми оптическими волокнами // Сборник трудов III международной конференции «Информационные технологии и нанотехнологии». –Самара, 25-27 апреля 2017. –Сс. 225-230.

3. Кутлюяров Р.В., Любобытов В.С., Султанов А.Х., Багманов В.Х. Влияние линейного смешивания мод на нелинейные искажения сигналов в маломодовых оптических волокнах // Сборник трудов III международной конференции «Информационные технологии и нанотехнологии». –Самара, 25-27 апреля 2017. –Сс. 289-293.

4. Кутлюяров Р.В., Любобытов В.С., Султанов А.Х., Багманов В.Х. Метод определения принципиальных мод маломодового оптического волокна на основе применения многоканального ДОО // Компьютерная оптика. –2014. –т. 38. –№ 4. –Сс. 727-736.

5. Боев М. Исследование влияния внешних факторов на оптические кабели, подводимые к волокну в дом // Первая миля. –2012. –№ 1. –Сс. 28-31.

6. Николаев А.В. Отечественное оптическое волокно. Текущее состояние и перспективы // Наука и техника. –2016. –№ 4(359). –Сс. 8-11.

7. Насиров Т.З., Юсупов Д.Б., Хожиев Ф.А., Маматкосимов М.А. Эффективность генерации второй гармоники под действием солнечных лучей // «Universum». Технические науки. –2018. –№ 8(53). –Сс. 60-67.

8. Былина М.С., Халилов М.Н. Теоретическое и экспериментальное исследование потерь в изогнутых оптических волокнах // Труды учебных заведений связи. –2017. –т. 3. –№ 2. –Сс. 51-59.

9. Стенина Т.А. Изучение влияния изгибов на оптическое волокно // Евразийский союз ученых. –2015. –№ 2(11). –Сс. 70-73.

10. Сорокин Ю.В. Экспериментальное оптическое волокно для передачи мощного лазерного излучения // Альманах современной науки и образования. –2011. –№ 6(49). –Сс. 91-95.

11. Мельникова Е.А., Рушинова И.И. Полное внутреннее отражение на границе двух ориентаций директора жидкого кристалла // Вестник БГУ. Серия 1. –2016. –№ 2. –Сс. 3-7.

ПРИНЦИП, МАТЕРИЯ СТРЕМИТСЯ К ФОРМИРОВАНИЮ МАКСИМУМА ИЛИ МАКСИМУМОВ

Stestun A.I.

*senior scientific researcher of
Frantsevich Institute for the Problems of
Materials Science, National Academy of Sciences of Ukraine.*

MATTER STRIVES FOR MAXIMUM (OR MAXIMUMS) FORMATION

Аннотация. Для существования и развития материи теоретически обоснован принцип, материя стремится к формированию максимума или максимумов. С этой целью проанализировано распределение массы материи во Вселенной в виде звезд и других космических объектов. Рассмотрено распределение материи в Солнечной системе, а также в системах звезды и окружающие их планеты. Проанализировано распределение массы в атомах химических элементов среди ядер и окружающих их электронов. Установлено, что предложенный принцип отображает важный аспект существования материи. При этом принципы наименьшего действия не отрицаются.

Abstract. The principle, matter strives for maximum (or maximums) formation, was reasoned as result of theoretical analysis. With this object the distribution of mass in structures of star with surrounding planets has been analysed. It was considered of the distribution of the mass in atoms between nuclear and electrons. Principles of minimization are not rejected in these theory.

Ключевые слова: материя, звезда, функция, максимум
Keywords: matter, star, function, maximum.

Введение. Настоящая работа посвящена поиску принципа свойственному существованию и развитию материи. Материя распространена во всей Вселенной, она огромна и многообразна. Поэтому предполагается, что такой принцип должен выражать важный аспект существования материи. Для того, чтобы установить принцип, который является характерным материи, необходимо проанализировать основные способы и виды существования материи, главные свойства материи. С этой позиции анализа будет рассматриваться звездная структура Вселенной, т. е. структуры:

звезда и окружающие ее планеты, иные космические объекты. Одним из важных теоретических моментов является теория о темной материи [1]. Однако, существование темной материи требует экспериментальных доказательств, полученных непосредственными прямыми методами и дальнейшего изучения.

Теоретический анализ. Если обратиться к распределению материи во Вселенной, то необходимо отметить звездную структуру существования материи. Из астрофизики [2] известно, что 92% материи во Вселенной сосредоточено в звездах. То есть, звезды составляют основную часть материи Вселенной, а такие космические образования как пылевые туманности, газовые туманности, метеориты, астероиды, кометы и др. заключают в себе меньшую часть материи. Отличительной особенностью звезды является то, что ее масса значительно превосходит массу других окружающих ее космических объектов. Масса звезды значительно больше массы окружающих ее планет, астероидов,

комет, песчинок пылевых туманностей. Характерным примером в этом отношении является Солнечная система. Известно [3], что в Солнце сосредоточено 99.866% всей массы Солнечной системы. Масса Солнца составляет $1.991 \pm 0.002 \cdot 10^{33}$ г. Показательно то, что масса Солнца в 333000 раз больше массы Земли и в 1048 раз больше массы Юпитера. Эти отношения показывают различие между массой Солнца и планет – средней и большой, входящих в состав Солнечной системы. Если коротко охарактеризовать данную ситуацию, то Солнце является резким максимумом в распределении массы в Солнечной системе среди массы самой звезды и девяти окружающих ее планет. Эту ситуацию можно назвать стремлением материи к формированию максимума, так как Солнечная система как космический и физический объект образована таким образом, что она обладает ярко выраженным максимумом массы. Аналогичная ситуация, как отмечалось выше, характерна и для других звезд. Поэтому можно отметить, что для распределения и существования материи во Вселенной справедлив принцип, материя стремится к максимуму. Необходимо заметить, что звезды бывают не только одинарными, но и двойными, в более общем случае кратными [2]. Поэтому формулировку данного принципа нужно уточнить таким образом, что материя стремится не просто к образованию максимума, а к максимуму или максимумам. Такая формулировка согласуется с космологической историей Вселенной. Если до момента большого взрыва вся материя была сосредоточена в одной точке, то материя стремилась к максимуму, а после боль-

шого взрыва и расширения Вселенной с образованием звездной структуры, материя стремится к максимумам, так как каждой звезде можно поставить в соответствие максимум (либо максимумы) массы.

Такая ситуация характерна для макромира. Теперь обратимся к микромиру. Мир микромира это в первую очередь мир атомов. Из атомной физики известно, что в середине атома находится тяжелое положительно заряженное ядро [3]. Масса ядра атома водорода в 1840 раз превышает массу электрона, который двигается вокруг ядра. В других атомах ситуация с резким отличием в сторону большего значения массы ядра еще сильнее выражена, поскольку ядра других атомов характеризуются большим числом нуклонов и атомной массы. Поэтому для атомов различных химических элементов также действует принцип, материя стремится к максимуму, так как ядро атома является резким максимумом в распределении массы в атоме среди ядра и электронов. Этот же принцип действует и для распределения плотности материи в атоме. Если оценить отношение плотности ядра к плотности электронного облака, то получим, что плотность ядра в атоме водорода в 14900 раз превышает плотность электрона [4]. Наличие максимума плотности является свойственным не только ядру, но и электронам. Известно [3-6], что распределение плотности вероятности электронного облака задается функцией радиального распределения и углового распределения. При этом в функции радиального распределения четко обозначены максимумы, число которых задается главным и орбитальным квантовыми числами. Таким образом, стремление материи к максимуму в атомах проявляется как распределение массы и плотности массы.

Так как принцип, материя стремится к максимуму или максимумам

материя \rightarrow maximum (or maximums) formation
(1)

свойственен макромиру и микромиру, то он отражает важный аспект существования материи.

В этом принципе заключается диалектическое противоречие между одним максимумом и максимумами материи, что обеспечивает ее развитие и движение. При этом проявляется действие закона единства и борьбы противоположностей.

Однако, рассмотренный выше принцип для материи в основной ситуации не означает стремление, превращение материальных тел в одну (или несколько) точку. Речь идет только о том, что материя обладает свойством, признаком формирования максимума функции, которая ее описывает. Поэтому в работе [4] как один из возможных вариантов краткого обозначения данного принципа предлагалось: материя \otimes maximum (or maximums) (2)

Продолжая рассматривать другие примеры в пользу данного принципа отметим, что интересной есть ситуация для спиральных либо эллиптических галактик в центре которых располагается черная дыра. Масса черной дыры намного больше звезд, которые ее окружают. Поэтому в этом случае рассмотренный выше принцип (1), проявляется для распределения масс этих космических объектов.

Если рассматривать теорию темной материи, то стоит обратить внимание в плане принципа, развиваемого в данной работе на гипотезу, что значительную часть темной материи составляют первичные черные дыры, образовавшиеся в первую секунду после Большого взрыва.

Отдельный вопрос заключается в том, как рассмотренный выше принцип реализуется для твердых тел. Для ответа на этот вопрос заметим, что твердое тело характеризуется определенными размерами, объемом, массой, плотностью и числом атомов в теле. Вследствие того, что твердые тела характеризуются определенными размерами, они обособлены друг от друга в пространстве и разделяются промежутками вакуума, если они находятся в космосе либо промежутками воздушного пространства на Земле. Поэтому, если выражать графически распределение массы либо плотности в пространстве в Декартовой системе координат, то получим, что каждому из твердых тел будет соответствовать локальный максимум массы либо плотности массы. Аналогичная зависимость является справедливой и для числа атомов в объекте.

Выводы. Одним из важных аспектов материи есть принцип, материя стремится к формированию максимума или максимумов для функции (или функций) описывающих состояние материи.

Благодарность. Автор данной научной статьи очень благодарен международным редакциям научных журналов Восточно Европейского Научного Журнала и Журнала Современной Физики, который полностью публикуется на английском языке за конструктивную поддержку работ в данном научном направлении.

Список литературы.

1. http://ru.wikipedia.org/wiki/dark_matter.
2. Д.Я. Мартынов, *Курс общей астрофизики*, М.: Наука, 1979.
3. *Физический энциклопедический словарь*, М.: Советская энциклопедия, т. 1-5, 1960.
4. A. Stetsun, Principles of nature//Journal of Modern Physics.-2018.-vol. 9, №3.-P. 320-334.
5. А.И. Стецун, Максимализация в природе//Авторское право и смежные права, К.: 13, 81 (2007).
6. С.Э. Фриш, *Оптические спектры атомов*, М.: - Л.: Физматгиз, 1963.

ADVERTISING SLOGANS AND THEIR STYLISTIC FEATURES

Summary: In today's world, people are confronted with thousands of advertising messages on a daily and hence are incapable to memorize all of them. The rapid development of economy people are exposed to various advertising slogans everywhere, in the street, walking through the town, market place or public place. To strive effectively, many advertisers try to use different kinds of linguistic and rhetorical devices to catch the reader's attention and have to make advertisements more capturing the interest of consumer and memorable. Thus, our mind first take visual information such as pictures, colors and then with letters, words and messages used in advertising needs to be short and remembered. This article attempts to provide the concept of advertising slogans and the most frequent linguistic devices used in slogans.

Key words: advertising, slogan, linguistic figures, rhetorical devices

Introduction

Advertising slogans play important role in society and have notably value from linguistic, sociolinguistic, ethnological, psychological and in marketing as well. Advertisement has penetrated the society with numerous advertising messages everyday and everywhere. We have already get used to live with ads(advertisements). The main goal of advertising is to persuade consumers in order to assure a number of readers with many advertising messages, copywriters (a writer of advertising or publicity copy; Merriam Webster dictionary.,2019) try to use figurative language, word play, pictures, music to catch the reader's attention, arise their desire which can help to motivate their action and satisfaction. In the last decades, scholars began to define and analyze linguistic figures which were used in advertising and increased attention to the aspect of advertisement language. Their aim is try to find new kinds of association with elements of advertising language, improve the effect and usage of rhetorical devices in creating advertising slogans.

Slogans. A lot of definitions have been found by various scholars about ad slogans, however there is no uniform definition as comprehensive, adequate and inclusive. According to Oxford Learner's Dictionary, "a slogan is a word or phrase that is easy to remember, used to attract people's attention or to suggest an idea quickly an advertising slogan and campaign slogan". Similarly, We and Kang(2013) noted that slogan is a short phrase used to help form an image, identity and position for an organization[1,p.6]. Leech(1966) maintains that slogan is a short and laconic phrase that used by company for the advertising especially to reinforce their product identity[2,p.49-54]. He also stated that slogans are more powerful than a logo that can be remembered and recited by people. Hamlin describes the advertising slogan are "catchy, declarative phrases that use devices such as metaphors, alliteration or rhymes with simple, vibrant language" in the article "The Importance of Advertising Slogans"[3]. The slogans should point out at least the most important advantage of the product or respond to the consumer needs that advertised product or service is of the highest quality, or is the most delicious or nutritious one[4,p.62]. Thus, along with other advertising elements(body text, speci-

fication, image, logo, video, music, jingle), an advertising slogan helps to develop a recognizable image for the brand they are representing [5,p.3-6]. So, advertising slogans should not be chosen whimsically rather they should be selected according to the consumers' age, sex, taste, religion, nationality, culture, education, climate, ethics, moral values, temperament, attitude and should be easy to understand by people who are not much literate, whereas slogans should be of cognitive value for the educated people [6,p.6]. Many authors maintain the ad slogans taking into consideration its specific characteristics and functions or simply give its synonyms, all the above definitions may vary but all of them point the same general idea. General aspects: advertising slogans are short, catchy, witty phrase related to a specific brand, memorable statements which can help to potential customers to identify and remember the brand or the company and exhort them buy or use the advertised product or service. Famous brand slogans include; *Melts in your mouth, not in your hands(M&Ms)*, *Life tastes good(Coca-cola)*. Some slogans usually represent entire company products for example: *Because you're worth it(L'Oréal)*, *Just do it(Nike)*, *Impossible is nothing(Adidas)* etc. In order to achieve effective slogans advertisers should follow some basic requirements. At first, slogan should emphasize a key benefit of a brand that can recognizable and different from other brand on the market. Then, slogan should be positive and make the consumer feel 'good'. For example, *Life is good(LG)*, *Good to the last drop(Maxwell)*, *Pure life(Nestle Natural Spring water)* etc. Furthermore, a slogan should be simple not awkward or complicated. Simplicity is the main demand of advertising slogan. For instance, *Think different(Apple)*, *Connecting people(Nokia)* etc. The next main impact of ad slogan should be memorable for a consumer who can associate the slogan with the product or service and make the consumer feel a desire or need [7, p.40-47]. A slogan has to make a lasting, longer impression on the audiences and make them remember it either consciously or unconsciously. The more slogan resonates with the big idea, the more memorable it will be[8,p.275-284]. Moreover, it might relate to how efficiently the slogan is attached to a jingle. For example, *Washing machines live longer with calgon (Calgon)* is

expressed with jingle that can remain in consumer's memory.

Linguistic features of slogans in advertisements

The language of advertising is the most important tool in the message that they want to conduct to the consumer. Advertising language usually uses informal, figurative and non-figurative structures. Many ad slogans make use of rhetoric devices, other tools discussed at phonological, lexical, syntactic and semantic levels. McQuarrie maintains a rhetorical device which is a typical trait of figurative language, as "a method of expression that is an artful deviation from the literal or expected method of expression"[9,p.23]. Crystal distinguishes two types of rhetorical devices:

- Schemes (parallelism, alliteration)
- Tropes (metaphor, metonymy, personification)

Schemes strive to capture attention of consumer with their regularity and repetition. These schemes are parallelism, alliteration, assonance, consonance, rhyme and rhythm.

Tropes. A trope is "a word or phrase that is used in a way that is different from its usual meaning in order to create a particular mental image or effect". (Oxford Learners Dictionary.,2019). It is a figurative language that include metaphor, personification, metonymy and pun(word play).

Phonological aspect

Mnemonic tools help advertising slogans to be remembered by their audience include sound techniques such as alliteration, assonance, rhythm and rhyme.

Alliteration is widely used in ad slogans. It can be defined as "literary technique in which successive words (more strictly stressed syllables) begin with the same consonant sound or letter." (Wikipedia 2019; online). For example, *Don't dream it, Drive it! (Jaguar), Big, Beefy, Bliss (McDonalds), Functional...Fashionable...Formidable...(Fila)*.

As compared with alliteration, **assonance** is "vocalic rhyme, assonance consists of the repetition of similar vowel sounds, usually close together to achieve a particular effect of euphony"[10,p.56]. For instance, *Intel inside (Intel), See what we mean (Canon), Beanz, Means, Heinz (Baked haricot beans)* etc. This style is successful if the slogan is created with music jingle.

Consonance is "the close repetition of identical consonant sounds before and after different vowels"[11,p.153]. For example, *Ariston...and on...and on...* (Ariston).

Rhyme is the repetition of syllables, typically at the end of a verse line used in jingles and slogans. For instance, *Fresh up with 7-up (7-UP), A Mars a day helps you work, rest and play (Mars), The best a man can get - Gillette (Gillette), Do you...Yahoo! (Yahoo)*.

Rhythm is "the movement or sense of movement communicated by the arrangement of stressed and unstressed syllables"[12,p.611]. Rhythm makes an influential and emotional, mnemonic effect ad slogans that makes consumer to remember about the product. As an example, *Live your life, love your home (IKEA)*.

Parallelism may consists of "sounds, particular syllables and words, phrases, stanzas, metrical patterns, ideas, allusions and shapes"[13,p.511] For example, *Talk inside. Shout outside (Ford)*.

Another rhetorical device is **onomatopoeia** that is based on "the formation and use of words to imitate sounds." It is a figure of speech in which the sound reflects the sense[14,p.614-615]. For instance, *Zoom-Zoom (Mazda), Plop Plop, Fizz, Fizz (Alka Seltzer)*.

Semantic aspect

According to Cuddon **semantics** is "a branch of linguistics which deals with the meaning of words and particularly with changes in the meaning"[15,p.643]. Semantics is a rhetorical device used in order to reach a special effect. Leech said: "Figurative language also has a striking and memorable quality which suits it for slogans and headlines"[16,p.183]. Furthermore, the most important figures used in English advertising slogans are: *simile, personification, metonymy, metaphor and pun*.

Simile is "a figure of speech in which one thing is likened to another, in such a way as to clarify and enhance an image"[17,p. 657]. It is typically clarified by the use of words "like", "as" or "as if". Similes usually give positive message about advertised product or service. There are several examples of similes in slogans: *Nothing can do it like McDonald's. (McDonald's), Stop staring at me like I'm some piece of meat. (McDonald's Big Mac). It's nothing like the real world. (Yacht Week, Croatia)*[18,p.6].

Personification is "the impersonation or embodiment of some quality or abstraction, the attribution of human qualities to inanimate object"[19,p.529]. It is usually used in literature to name the figure speech that involves directly speaking of an inanimate object, or an abstract concept. It has specific human qualities that might involve emotions, desires, physical gestures and expressions. For example, *Optimism wakes up with Nescafe (Nescafe coffee), The Burger King and I. (Burger King), The first crème that renews your skin during the night (Nivea)*.

Metonymy is also main figure of speech. However, it isn't in common usage as aforementioned figures. Metonymy is "a figure of speech in which the name of attribute or a thing is substituted for the thing itself"[20,p. 434]. Metonymy uses a single attribute of a person, product, system or phenomenon to identify the entire entity[21,p.44]. For instance, *I like Volvo (Volvo cars), Take the gold (Adidas)* the gold expresses the gold medal.

Metaphor is the most well-known figure that characterizes figurative language. Cuddon defines metaphor as "a figure of speech in which one thing is described in terms of another"[22,p.432]. Dubovičienė and Skorupa define metaphor "contributes to the main idea, describing one object in terms of another usually by means of implicit comparison,"[23,p.61-75], giving a number of famous slogans such as *Open Happiness (Coca Cola), Bounty - the taste of paradise (Bounty candy bar), It gives you wings (Red Bull)*. Metaphor is effective tool in advertising products. The most known metaphor would be of Nokia Company: *Connecting*

people. Metaphor was used to express that consumers can not only talk via their devices but also emotionally connect with other people[24,p.3]. A single metaphor might be worth of a thousand words of advertising slogans that develops interest of the reader about product or service.

Puns. The most widely used device in the ad slogans is pun. There are different types of puns that represent “a figure of speech which involves a play upon words” that gives rise to a fairly universal form of humor[25,p.572]. In the pun, the message carries at least two meanings or interpretations[26,p.14]. For example, *Empowering people(Acer)*, *Get TIME, ahead of time(Time Magazine)*, *The Car in front is a Toyota(Toyota)*. An effective pun is noticeable at first that makes you think about the product more than the fun and helps the reader remember the brand.

Conclusion

The major linguistic features of advertisement were carried out in various levels that divided into two relevant strategies: phonological and semantic aspects were characterized in the theoretical part and also their practical usage in advertising slogans. At the phonological level, parallelism used to support the rhythm and rhyme, whereas at the semantic level appear frequently usage of figurative language, as personification, metaphor, metonymy and pun(word play). The analysis shows that advertisers depend on figurative language, in order to make the customer be attracted by the special product or service advertised.

In the future, this article might serve as a basis for further studies and help to analyze the development of advertising slogans that aim to investigate the use of advertising language.

References

1. Ke, Q., & Wang, W. (2013). The Adjective Frequency in Advertising English Slogans. *Theory and Practice in Language Studies*, Vol. 3, No. 2, pp. 275-284, Academy Publication, February 2013, doi:10.4304/tpls.3.2.275-284 ISSN 1799-2591; available at: <http://ojs.academypublisher.com/index.php/tpls/article/view/tpls0302275284/6286> (2016-01-23)
2. Leech, Geoffrey N. *English in advertising*. London: Longman, 1966. Print.
3. K. Hamlin. *The Importance of Ad Slogans*. Demand Media. Accessed on 15 February 2014. Available from the Internet: <http://smallbusiness.chron.com/importance-ad-slogans-31343.html>
4. K. Chiranjeev, L. Leuthesser, and R. Suri (2007), “Got Slogan? Guidelines for Creating Effective, Slogans,” *Business Horizons*,
5. See the list of slogan’s desirable characteristics in Stephen J. Conley, (2010).
6. *Dibakar Pal* A study on styles and contents of messages in contemporary advertising., Scholars’ Press., New Delhi, India, Project 2001.

7. T.Skračić, P.Kosović Linguistic Analysis of English Advertising Slogans in Yachting., University of Split, Faculty of Maritime Studies, Split, Croatia Trans. marit. sci. 2016; 01: 40-47

8. Ke, Q., & Wang, W. (2013). The Adjective Frequency in Advertising English Slogans. *Theory and Practice in Language Studies*, Vol. 3, No. 2, pp. 275-284, Academy Publication, February 2013, doi:10.4304/tpls.3.2.275-284 ISSN 1799-2591;

9. McQuarrie, Edward F and Barbara J Phillips. *Go figure! New directions in advertising rhetoric*. Armonk, N.Y.: M.E. Sharpe, 2008. Print. Myers, Greg.

10. Cuddon, J. A, *A dictionary of literary terms and literary theory*. “**assonance**” Hoboken, N.J.: John Wiley & Sons, 2013. Print.

11. Cuddon, J. A, *A dictionary of literary terms and literary theory*. “**consonance**”.

12. Cuddon, J. A, *A dictionary of literary terms and literary theory*. “**rhythm**”.

13. Cuddon, J. A, *A dictionary of literary terms and literary theory*. “**parallelism**”.

14. Cuddon, J. A, *A dictionary of literary terms and literary theory*. “**onomatopoeia**”.

15. Cuddon, J. A, *A dictionary of literary terms and literary theory*. “**semantics**”.

16. Leech, Geoffrey N. *English in advertising*. London: Longman, 1966. Print.

17. Cuddon, J. A, *A dictionary of literary terms and literary theory*. “**simile**”.

18. Tomislav Skračić, MA Poetics of Slogans in Yachting ADS European Journal of Multidisciplinary Studies Jan-Apr 2016 Vol.1 Nr.

19. Cuddon, J. A, *A dictionary of literary terms and literary theory*. “**personification**”.

20. Cuddon, J. A, *A dictionary of literary terms and literary theory*. “**metonymy**”.

21. T. Skračić, P.Kosović Linguistic Analysis of English Advertising Slogans in Yachting., University of Split, Faculty of Maritime Studies, Split, Croatia Trans. marit. sci. 2016; 01: 40-47

22. Cuddon, J. A, *A dictionary of literary terms and literary theory*. “**metaphor**”.

23. T.Dubovičienė, P.Skorupa The Analysis of some Stylistic Features of English Advertising Slogans Man and the Word / Foreign Languages., 2014, t. 16, Nr. 3, p. 61–75 / Vol. 16, No. 3, pp. 61–75, 2014

24. A. Pilatova The language of Advertising: Analysis of Advertising Slogans in Fast Food Industry., Brno 2015.

25. Cuddon, J. A, *A dictionary of literary terms and literary theory*. “**pun**”.

26. A. L. Hussein, A. Sh.Ghadhban Al-Furaiji Advertising slogans (1990-2010): rhetorical characteristics., Ministry of Higher Education and Scientific Research Al-Mustansiriyah University, College of Physical Education and Sports Science Branch of Applied Sciences., 2016.

Chernyshev A.V.

*Ph.D. in Technology, associate professor,
Institute of Applied Physics NAS of Belarus, Minsk*

Zagorski I.E.

*Senior Researcher,
Institute of Applied Physics NAS of Belarus, Minsk*

REVERSIBLE AND IRREVERSIBLE COMPONENTS OF MAGNETIZATION OF THE ASYMMETRIC MINOR HYSTERESIS LOOP WITH BRANCHES OF PARABOLIC SHAPE

Summary: Previously experimental studies of higher harmonic components of magnetic induction showed, that when a ferromagnetic sample is magnetized by a constant magnetic field and simultaneously is remagnetized by a "weak" alternating field, the resulting minor hysteresis loop is asymmetric. The form of the branches of such cycle corresponds to the quadratic parabola, as well as at symmetric Rayleigh's loop. In this article it is shown mathematically that in such asymmetrical minor loop reversible component of magnetization changes according to the parabolic law. The irreversible component of the magnetization changes in this case along a symmetric minor loop. In symmetrical Rayleigh's minor loop, as is known, reversible component is a linear function of the strength of external magnetic field.

Key words: Rayleigh's formula, minor hysteresis loop, symmetrical, asymmetrical minor loop, reversible, irreversible component, parabola.

Introduction

Measurements of the second and third harmonic components of the *EMF* of the measuring coil of transducer, which are formed when the ferromagnetic sample is magnetization reversal by an alternating magnetic field with low amplitude (that is, much less coercive force of the sample), shown the following. In the presence of a constant magnetizing (bias) field, the magnetization reversal occurs through an asymmetrical minor loop, whose branches have a parabolic shape [1]. In this work, it was concluded that the patterns of formation of the second harmonic component are in accordance with those that follow from the assumption that the main contribution to the formation of this harmonic component is made by the nonlinear nature of the dependence of the reversible component of the magnetization on the external magnetic field H . Let us note that Rayleigh's formula describes symmetrical minor hysteresis loop, in this case reversible component of magnetization is the linear function of H . In this article on the basis of mathematical calculations obtained the form of dependences of reversible and irreversible components of asymmetrical minor loop on H , branches of which have the form of quadratic parabola.

Symmetric Rayleigh's minor hysteresis loop. Reversible and irreversible components of magnetization. When considering the processes of magnetization of ferromagnets, it is generally accepted to divide them into reversible and irreversible [2-6]. In [2] it is noted, that such separation is somewhat artificial, since both processes proceed simultaneously in multi-domain materials. However, the physics of processes can be much easier analyzed, if these processes are considered separately. The irreversible processes are always connected with energy losses, they lead to hysteresis, which is not in the reversible processes. The reversible and irreversible components of magnetization can be analyzed separately mathematically. The total magnetization of a ferromagnetic M is defined as the sum of two components — reversible M_{rev} and irreversible M_{irr} [3]. A fer-

romagnetic can be considered as a result of the superposition of two media: 1) a medium with a hysteresis with a zero reversible susceptibility and 2) a hysteresis-free medium with a reversible magnetic susceptibility χ_{rev} . The conclusion is that the magnetization can be represented as $M = M_{rev} + M_{irr}$, also follows from the Rayleigh's formula [6], which determines the dependence of M of a minor hysteresis loop on the strength H of the external magnetic field in the form

$$M = \alpha H + \beta H_m^2 \left[\mp 1 \pm \frac{1}{2} \left(1 \pm \frac{H}{H_m} \right)^2 \right], \quad (1)$$

where α – is the initial magnetic susceptibility of the sample under consideration, which is usually equal to its initial reversible magnetic susceptibility, β – is a coefficient called the Rayleigh's constant, H_m is the amplitude value of the changing cyclically magnetizing field, the instantaneous value strength of which is H . Here and further the upper signs refer to the ascending branch, and the lower ones to the descending one. The expression of the relationship between H_m and the amplitude value of the achieved magnetization M_m is also given in [6] and has the form

$$M_m = \alpha H_m + \beta H_m^2. \quad (2)$$

Expression (2) follows from (1) with $H = H_m$ (in this case, respectively, $M = M_m$).

From (1) it can be seen that the first addend in the right part has the same form for both the ascending and descending branches, it is a measure of reversible magnetization processes, which can be written as

$$M_{rev} = \alpha H \quad (3)$$

From (3) it follows that the reversible component of the magnetization depends linearly on H . The remaining part of (1), being an ambiguous function of H , characterizes irreversible magnetization processes, that is

$$M_{irr} = \beta H_m^2 \left[\mp 1 \pm \frac{1}{2} \left(1 \pm \frac{H}{H_m} \right)^2 \right] \quad (4)$$

$$\Delta M_{irra} = \frac{1}{2} \beta (\Delta H)^2 \quad (7)$$

The division of the terms in the Rayleigh's formula into reversible and irreversible components is generally accepted (see, for example, [6–7]). Denote the current value of the M_{irr} component on the ascending branch as M_{irra} , and on the descending branch – as M_{irrd} . Then the current value of the magnetization on the ascending branch, we denote it as M_a , is assumed equal to $M_{rev} + M_{irra}$. The current value of the magnetization on the descending branch, we denote it as M_d , is equal to the sum $M_{rev} + M_{irrd}$.

When considering asymmetric minor loops, it is more convenient to consider not the absolute values of M and H , but their increments. By increments we mean the absolute values of changes in magnetization and strength H relative to their values at one of the top of the minor loop [9–10]. We first consider how Rayleigh's formulas look in this case. The increment is calculated with respect to the beginning of the ascending branch. The increment of the magnetization denoted as ΔM , and the increment of the strength as ΔH . For the case under consideration, $\Delta M = M + M_m$, $\Delta H = H + H_m$. The value of ΔM within the minor loop varies from 0 to $2M_m$, and ΔH from 0 to $2H_m$. In this case, in the coordinate plane $(\Delta H, \Delta M)$, based on (1), we obtain:

for the increment of the magnetization for the ascending branch, denote it

$$\Delta M_a = M_a + M_m, \quad \Delta M_a = \alpha \Delta H + \frac{1}{2} \beta (\Delta H)^2 \quad (5)$$

for the increment of the magnetization on the descending branch, denote it

$$\Delta M_d = M_d + M_m, \quad \Delta M_d = \alpha \Delta H - \frac{1}{2} \beta (\Delta H)^2 + 2\beta H_m \Delta H \quad (6)$$

From comparing (5) and (6) we see that the right side of both expressions present term $\alpha \Delta H$. Consequently, this component of the increment of magnetization upon cyclic changes of ΔH in the interval $0 \div 2H_m$ changes reversibly, we denote it as ΔM_{rev} . Two last terms in the right side (6) determines the quadratic parabola, similar to that, which for the ascending branch is defined in (5) by the term $\frac{1}{2} \beta (\Delta H)^2$, only the convexity of this parabola is directed upwards and its beginning is located at the point with the coordinates of the top of the minor loop $(2H_m; 2\beta H_m^2)$. Consequently, the second component of the magnetization increment in the right-hand side of (5), after reaching the maximum value of $2\beta H_m^2$ at $\Delta H = 2H_m$, with a subsequent decrease in ΔH changes along the descending branch (parabolic form), which does not coincide with the ascending branch, this component is irreversible, we denote it by ΔM_{irr} . The increment ΔM_a can be represented as the sum of two increments – of the reversible component ΔM_{rev} and the irreversible component of the magnetization on the ascending branch, we denote it by ΔM_{irra} . Therefore, $\Delta M_a = \Delta M_{rev} + \Delta M_{irra}$. Then, from (5) it follows that $\Delta M_{rev} = \alpha \Delta H$, and

If we consider the increment of H relative to the beginning of the descending branch, we denote it by $\Delta H'$, $\Delta H' = H_m - H$. The increment of the M_d relative to the same point, we denote it $\Delta M'_d$, is equal to $M_m - M_d$, dependence $\Delta M'_d$ on $\Delta H'$ will take the form, similar to (5)

$$\Delta M'_d = \alpha \Delta H' + \frac{1}{2} \beta (\Delta H')^2 \quad (8)$$

As before, we can write $\Delta M'_d = \Delta M'_{rev} + \Delta M'_{irrd}$, where $\Delta M'_{rev}$ is the increment of the reversible component (relative to its value at the beginning of the downward branch, equal to $2\alpha H_m$), $\Delta M'_{irrd}$ – increment of the irreversible component of magnetization (relative to its value at the beginning of the descending branch, equal to $2\beta H_m^2$).

It is known that if after reaching the strength H_0 , which exceeds the Rayleigh's region (in this case the magnetic induction takes the value B_0), the strength decreases, then the initial section of the first-order return curve has the form of Rayleigh's relation of the type (5) [6, 11], namely

$$B - B_0 = a(H - H_0) \pm \left(\frac{b}{2}\right) (H - H_0)^2 \quad (9)$$

However, in this case the coefficients a and b differ from those, which observed in the case of magnetization reversal in a Rayleigh's loop around the point of origin $H = M = 0$. In the work [12] it is experimentally shown, that the Rayleigh's minor loops are formed and in the presence of additional constant (bias) magnetic field. And in this case, the Rayleigh's coefficients differ from those, which observed in minor loops, formed around the origin point $H = M = 0$. In [12] the question of the asymmetry of the resulting minor loops is not considered.

Purpose of the article – determination of the dependences of increments of reversible and irreversible components of the magnetization on increments of the strength of the magnetizing field for an asymmetrical minor hysteresis loop, whose branches have the form of quadratic parabolas. The increments are determined relative to one of the top of the minor loop.

Calculation of increments of reversible and irreversible components of magnetization for asymmetrical minor loops, whose branches have the shape of quadratic parabolas. Let a weak variable (with amplitude H_m) and constant magnetic fields simultaneously act on a ferromagnetic. Vectors of strength of these fields are collinear. The remagnetization is considered as quasistatic. We assume, that branches of the established minor hysteresis loop have the shape of quadratic parabolas. We also assume, that the strength of a constant magnetic field is positive and exceeds H_m . Denote the strength of the resulting magnetic field, as before, H . The increments ΔM and ΔH are defined relative to the beginning of the ascending branch. We denote the strength H , corresponding to the beginning of the as-

ending branch, as H_{ma} , and assume, that the corresponding magnetization is equal to M_{ma} . Then $\Delta H = H - H_{ma}$, $\Delta M_a = M_a - M_{ma}$. Since the branches of the minor loop have the form of quadratic parabolas, the dependence of ΔM_a on ΔH written in the form, similar to (5)

$$\Delta M_a = \alpha_a \Delta H + \frac{1}{2} \beta_a (\Delta H)^2 \quad (10)$$

where α_a and β_a are the coefficients corresponding to the beginning point of the ascending branch. The absolute value ΔH corresponding to the beginning of the descending branch is equal to $2H_m$. If we consider the increments of strength and magnetization relative to the beginning of the descending branch, the form of the dependence of $\Delta M'_d$ on $\Delta H'$ is determined by an expression similar to (8). The coefficients of $\Delta H'$ and $(\Delta H')^2$ in this case are denoted by α_d and β_d , respectively.

Since the asymmetric minor loop is considered, the coefficients α_d and β_d differ from the coefficients α_a and β_a , otherwise the minor loop will be symmetric. In the coordinate system $(\Delta H, \Delta M)$, that is, when considering increments relative to the beginning of the ascending branch, the dependence of ΔM_d on ΔH has the form

$$\Delta M_d = 2\alpha_a H_m + \alpha_d (\Delta H - 2H_m) + 2\beta_a H_m^2 - \frac{\beta_d}{2} (\Delta H - 2H_m)^2 \quad (11)$$

Since we consider a closed minor hysteresis loop, for given values of the coefficients α_a , β_a and, suppose, β_d , the coefficient α_d is determined from the condition $\Delta M_d = 0$ for $\Delta H = 0$. As a result, from (11) should

$$\alpha_d = \alpha_a + H_m (\beta_a - \beta_d) \quad (12)$$

Note, that from physical considerations (reversible susceptibility cannot be a negative value), the condition $\alpha_d > 0$ must be satisfied, therefore,

$$\alpha_a + H_m (\beta_a - \beta_d) > 0 \quad (13)$$

Expressions (10) – (13) is determined in the coordinate system $(\Delta H, \Delta M)$ closed minor asymmetric hysteresis loop with branches of parabolic form. The form of the minor loop is determined by three coefficients, in this case it is α_a , β_a and β_d , the fourth coefficient α_d is not independent. (The result of the calculations will not change if α_a , β_a and α_d are chosen as the initial three coefficients, and the coefficient β_d is determined from the condition of closure of the minor loop $\Delta M_d = 0$ при $\Delta H = 0$.) The coefficients α_a and α_d are equal to the differential magnetic susceptibility at the initial points of the ascending and descending branches, respectively. Therefore, they are equal to the reversible magnetic susceptibilities at these points (based on the method of determining reversible magnetic susceptibility, see, for example, [13]). From (12) it follows that the reversible magnetic susceptibility in the beginning point of the descending branch depends on H_m . This means that for an asymmetric minor hysteresis loop, the reversible magnetic susceptibility does not remain constant, as it has

for a symmetric Rayleigh's minor loop, for which α in (1) is constant. Let us consider how to transform (10) – (12) to the form, when you can select the increments of the reversible and irreversible components of the magnetization. Introduce two additional coefficients β' and β'' , defined as

$$\beta' = \frac{\beta_a - \beta_d}{2} \quad (14)$$

and

$$\beta'' = \frac{\beta_a + \beta_d}{2} \quad (15)$$

From (14) and (15) it follows

$$\beta_a = \beta'' + \beta' \quad (16)$$

$$\beta_d = \beta'' - \beta' \quad (17)$$

Taking into account (16) and (17) we write (10) in the form

$$\Delta M_a = \alpha_a \Delta H + \frac{1}{2} \beta' (\Delta H)^2 + \frac{1}{2} \beta'' (\Delta H)^2 \quad (18)$$

and (11), taking into account (12), (16) and (17), in the form

$$\Delta M_d = \alpha_a \Delta H + \frac{1}{2} \beta' (\Delta H)^2 - \frac{1}{2} \beta'' (\Delta H)^2 + 2\beta'' (\Delta H) H_m \quad (19)$$

Comparing (18) and (19) with (5) and (6), respectively, it can be seen that the dependence of the ΔM on ΔH on the branches of an asymmetric minor loop from similar dependences for a symmetric loop consists in the presence in both expressions (18) and (19) of term $(\frac{1}{2})\beta'(\Delta H)^2$, which is absent in expressions (5) and (6). Since this term is present both in the expression for the ascending and in the expression for the descending branches, it refers to the increment of the reversible component of the magnetization ΔM_{rev} for the asymmetric minor loop under consideration. Consequently

$$\Delta M_{rev} = \alpha_a \Delta H + \frac{1}{2} \beta' \Delta H^2 \quad (20)$$

This leads to the conclusion that in the coordinate plane $((\Delta H, \Delta M))$ with cyclic changes of ΔH from 0 to $2H_m$ and back, changes of ΔM_{rev} occur along a line that represents a segment of a quadratic parabola. The last term on the right-hand side of (18) coincides, by the form of the dependence on ΔH , with a similar term on the right-hand side of (5), and the last two terms on the right-hand side of (19) – with similar terms on the right-hand side of (6). When we considering expressions (5) and (6), it was shown that these terms characterize increments (relative to the beginning of the ascending branch) of the irreversible component of magnetization, which varies along a symmetrical hysteresis loop with cyclic changes of ΔH over the interval of $0 \div 2H_m$. Consequently, in the considered asymmetric minor loop, the increment of the irreversible component of the magnetization, with cyclic changes of ΔH , changes along a symmetrical hysteresis loop. The dependence

of the increment of this component of the magnetization on the increment of the intensity of the external magnetic field has the form similar to the Rayleigh's dependence defined by expression (7).

An example of the formation of nonlinear dependence of the increment of the reversible component of magnetization on the increment of the magnetic field strength based on the model of a flexible domain walls. Let us consider how the formation of a parabolic dependence of the increment ΔM_{rev} on the increment ΔH in an asymmetric partial cycle, whose branches have the shape of a quadratic parabola, can be explained. We use the model of flexible domain walls [14]. It assumes that the walls under the influence of "magnetic pressure", arising due to the presence of H , bends like a flexible membrane, while some of its sections remain

fixed on certain obstacles (for example, on dislocations, on the boundaries of the so-called grains (crystallites)). The process of bending the domain walls is considered as reversible, with its help it simulates the nature of the dependence of M_{rev} on H . Most articles are limited to linear approximation of this dependency, for example, in [8, 15-16]. However, a more accurate calculation shows that the dependence of M_{rev} on H differs from linear. Such a difference appears most noticeably as the radius of curvature of the domain wall decreases, namely, as the magnetic field strength approaches the one when the wall detaches from the force holding it [17-18]. Thus, when the sample is demagnetized, the domain walls have a flat shape. Such a wall for two-domain spherical sample is shown in Fig.1a as a solid line, dividing the sphere in half.

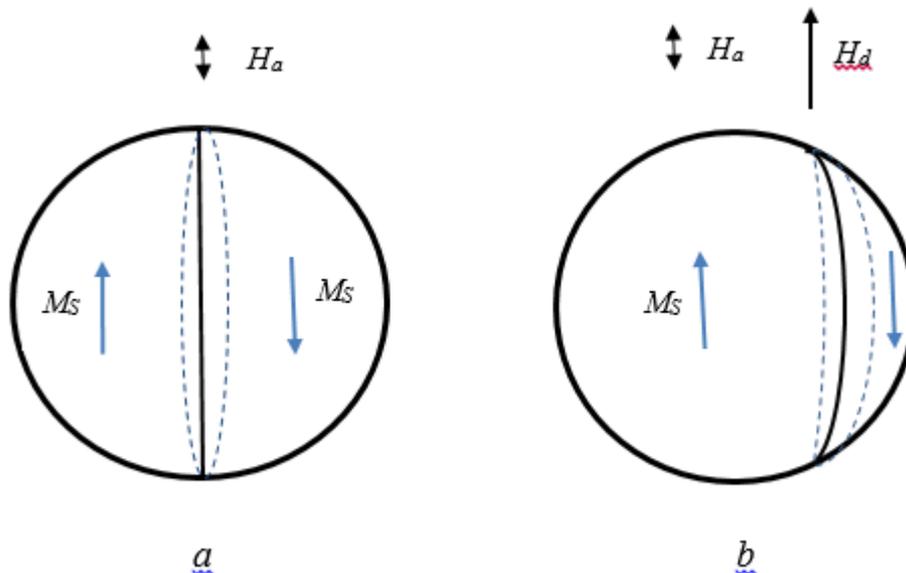


Fig. 1. Simulation of a flexible domain wall of a two-domain ferromagnetic under the action of an alternating magnetic field H_a in the demagnetized state (a) and in the presence of a constant magnetic field H_d (b)

Under the action of a "weak" alternating magnetic field H_a , the domain wall oscillates relative to the initial position, its amplitude deviations are shown by dashed lines in Fig. 1a. The domain wall is not detached from the annular portion of the surface of the sphere on which it is fixed by the holding force. In this case, the dependence of M_{rev} on H is linear and is determined by the first term on the right-hand side of the Rayleigh's formula (1). When a constant magnetic field of a certain intensity H_d is applied to the ferromagnetic, the domain wall will be transferred by a Barkhausen jump to a new position corresponding to the local minimum of free energy. An example of the location of the domain wall after the jump is shown in Fig.1b, it is indicated by a solid line on the right side of the sphere. In this case, the domain wall will be curved in the direction, in which it shifted during the Barkhausen jump. (The domain wall assumes a flat shape, if after the jump it reaches anhysteretic curve [3].) Now, when a sample is subjected to a weak alternating field with an amplitude H_a , the maximum positions of the domain wall are depicted by two dashed lines in Fig. 1b. As mentioned

above, when the reversible component of the magnetization changes due to the curvature of the domain walls, the dependence of M_{rev} on H is linear only with small deviations of the shape of the domain wall from the flat one [17-18]. Therefore, for the case when the domain wall has a different from the flat shape, as shown in Fig. 1b, at influence of a weak alternating magnetic field dependence of ΔM_{rev} on ΔH will be nonlinear. In this case, the increments are measured relative to the minimum values of the resulting magnetic field, that is, equal to $H_d - H_a$ and the minimum value of the reversible component of the magnetization $M_{rev \min}$ achieved in this case.

Let us consider what other results can serve as confirmation of the presence of nonlinear dependence of ΔM_{rev} on ΔH . In [19], on the basis of experimental studies on steel ferromagnetic samples, it was found that for small values of H_a in the range of variation of the strength of the resulting magnetic field from $H_d - H_a$ до $H_d + H_a$, the dependence of χ_{rev} on ΔH can be represented as

$$\chi_{rev} = \chi_{rev \min} + k\Delta H \quad (21)$$

where $\chi_{rev\ min}$ is the value of reversible magnetic susceptibility at the strength

$H_d - H_a$, k is a constant coefficient depending on the material of the ferromagnetic, ΔH is measured relative to the value $H_d - H_a$. This result is observed under the condition, that the maximum strength $H_d + H_a$ was previously reached, then it decreased to the strength $H_d - H_a$. Denote ΔH as x . Then, when changing x from 0 to some value $x \leq 2H_a$, the increment ΔM_{rev} is determined from the expression [13] (considering expression (21))

$$\Delta M_{rev} = \int_0^x \chi_{rev} dx = \int_0^x (\chi_{rev\ min} + kx) dx \quad (22)$$

After calculating, we get

$$\Delta M_{rev} = \chi_{rev} x + \frac{1}{2} kx^2 \quad (23)$$

Therefore, from experimental measurements it follows that a parabolic dependence of ΔM_{rev} on ΔH exists.

The parabolic dependence of ΔM_{rev} on ΔH was also observed experimentally, when measured on recoil curves of hard magnetic materials [20].

Conclusions

In this paper is proposed the method for calculating the dependence of the increments of the reversible and irreversible components of the magnetization on the increment of the external magnetic field for an asymmetrical minor hysteresis loop, whose branches have the form of quadratic parabolas. It is shown, that the asymmetry of this loop is due only to reversible processes of magnetization reversal. The dependence of the increment of the reversible component of the magnetization on the increment of the strength of the magnetizing field corresponds to quadratic parabola. The dependence of the increment of the irreversible component of the magnetization on the increment of the strength of the magnetic field has the form of a symmetric minor loop with branches in the form of a quadratic parabola.

References

1. Chernyshev A.V. About the Formation of the Second Harmonic Component of Magnetization under Weak Alternating Exciting Fields // Russian Journal of Nondestructive Testing. 2004. V. 40, № 5. P. 326 – 332.
2. Jiles D. C. Hysteresis Models: non-linear Magnetisation on Length Scales from the Atomistic to the Macroscopic // JMMM. 2002. V. 242-245. Pt. 1. P. 116–124.
3. Jiles D. C., Atherton D. L. Theory of Ferromagnetic Hysteresis // JMMM. 1986. V. 61, № 1-2. P. 48–60.
4. Bertotti G., Basso V., Pasquale M. Application of the Preisach Model to the Calculation of Magnetization Curves and Power Losses in Ferromagnetic

Materials // IEEE Trans. on Magn. 1994. V. 30, № 2. P. 1052-1057.

5. Della Torre E., Bennett L. Analysis and simulations of magnetic materials // Discrete and continuous dynamical systems // Supplement Volume 2005. P. 854–861.

6. Lord Rayleigh. On the Behaviour of Iron and Steel under the Operation of Feeble Magnetic Forces // Phil. Mag. 1887. V. 23, № 142. P. 225–245.

7. Włodarski Z. Analytical description of magnetization curves // Physica B. 2006. V. 373. P. 323–327.

8. Chikazumi S. Physics of Ferromagnetism. 2-nd edition. Oxford University Press, 1997. 668 p.

9. Bozorth R. Ferromagnetism. – New York, Van Nostrand, 1951. 958 p.

10. Magnetism. Fundamentals. (Edited by E. du Tremolet de Lacheisserie, D. Gignoux, M. Schlenker.). – Springer, 2005. 532 p.

11. Basso V., LoBue M., Bertotti G. Experimental Analysis of Reversible Processes in Soft Magnetic Materials // IEEE Trans. Magn. 1994. V. 30, № 6. P. 4347–4349.

12. Porteseil J., Vergne R., Cotillard J. Déplacements d'une Paroi de Bloch a 180° dans un Monocristal de Fer-silicium // Le J. de Phys. – 1977. – Vol. 38, № 12. P. 1541–1552.

13. Tebble R. S., Corner W. D. Investigation on the Reversible Susceptibility of ferromagnetics // Proceed. Phys. Soc., Sect. B. 1950. V. 63, № 12. P. 1005–1016.

14. Escobar M.A., Valenzuela R., Magana. L.F. Analytical prediction of the magnetization curve and the ferromagnetic hysteresis loop // J. Appl. Phys. 1983. V. 54. P. 5935–5940.

15. Jiles D.C. Dynamics of Domain Magnetization and the Barkhausen Effect // Czechoslovak J. Phys. 2000. V. 50. P. 893–923.

16. Bertotti G. Hysteresis in Magnetism. – Academic Press, 1998. 558 p.

17. Feu A., Treba A. Nonlinear reversible processes in YIG: An explanation for the Rayleigh loop anomalies // J. Appl. Phys. 1974. V. 45. P. 5033-5036.

18. Chernyshev A.V. [The dependence of the reversible component of the magnetization of a ferromagnetic by the strength of the magnetizing field for a flexible domain walls]. *Control. Diagnostics*, 2011, no. 5, pp. 30-37 (In Russian).

19. Chernyshev A.V. Dependence of the Reversible Magnetic Permeability of Steel Samples on a Biasing Field Strength // The Physics of Metals and Metallography. 2001. V. 92, №5. P. 49-54.

20. Cammarano R., McCormick P. G., Street R. The Interrelation of Reversible and Irreversible Magnetization // J. Phys. D: Appl. Phys. 1996. Vol. 29. P. 2327–2331.

Dorofeev A.A.*Ph.D in Mathematics & Computer sciences, Associate Professor,
Don State Technical University***Zueva Yu.G.***Bachelor in Mathematics & Computer sciences
Don State Technical University***Pozharskaya E.N.***Ph.D in Biology, Associate Professor,
Don State Technical University***Fomich M.V.***Bachelor in Mathematics & Computer sciences
Don State Technical University***Tsybalov D.S.***Undergraduate student in Mathematics & Computer sciences
Don State Technical University***Yatcenko O.V.***Ph.D in Physics, Associate Professor,
Don State Technical University*

INFORMATION MODELING OF EXTERNALLY STIMULATED PEDAGOGICAL SYSTEMS USING BOLTZMANN TRANSFER EQUATIONS

Дорофеев Алексей Анатольевич*кандидат технических наук, доцент кафедры прикладной математики,
Донской Государственный Технический Университет***Зуева Юлия Геннадьевна***бакалавр кафедры прикладной математики,
Донской Государственный Технический Университет***Пожарская Елена Николаевна***кандидат биологических наук, доцент кафедры психологии,
Донской Государственный Технический Университет***Фомич Максим Витальевич***бакалавр кафедры прикладной математики,
Донской Государственный Технический Университет***Цымбалов Денис Сергеевич***старший преподаватель кафедры электротехники и электроники,
аспирант кафедры прикладной математики,
Донской Государственный Технический Университет***Яценко Олег Вадимович***кандидат физико-математических наук, доцент кафедры прикладной математики,
Донской Государственный Технический Университет*

ИНФОРМАЦИОННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СТИМУЛИРУЕМЫХ СОЦИАЛЬНО-ПЕДАГОГИЧЕСКИХ СИСТЕМ ПОСРЕДСТВОМ ТРАНСПОРТНЫХ УРАВНЕНИЙ БОЛЬЦМАНОВСКОГО ТИПА

Summary: An original technique enabling to model and to predict the pedagogical systems development on the base of Boltzmann transfer equation is suggested. Few particular models of practical interest are elaborated within the concept. The efficiency of approach presented applicably to pedagogical experiments in a Russian region is confirmed.

Аннотация: Предложена оригинальная техника информационного моделирования и прогнозирования социально-педагогических систем, использующая аппарат транспортных уравнений больцмановского типа. Разработаны модели, позволяющие объяснять и прогнозировать эволюцию таких систем. Показана эффективность разработки применительно к масштабному педагогическому эксперименту в одном из российских регионов.

Key words: transport equation, distribution function, regularization, prediction.

Ключевые слова: транспортное уравнение, функция распределения, регуляризация, прогнозирование.

Адекватное описание социально-педагогических систем (СПС) в целях надежного прогнозирования их эволюции, а также рационального управления является чрезвычайно актуальной проблемой

[1]. Ее успешному решению препятствуют, главным образом, сложность формализации большинства предметных задач [2] или же невозможность

качественно оценить фигурирующие в них количественные показатели. Однако определенные успехи здесь все же достигнуты благодаря внедрению заимствованного из физики механистического подхода [3-5]. Не являясь панацеей, такой подход часто позволяет выявить, по крайней мере, качественные связи между характеризующими СПС показателями и параметрами внешних (в частности, управляющих) воздействий. В отдельных случаях успешным оказываются также количественные описания и прогнозы. Например, сложность качественной формализации ряда СПС удастся нивелировать, если они представляют собой достаточно большую совокупности однородных объектов, а общая характеристика СПС допускает статистическое описание.

Целью данной работы ставится адекватно отразить причинно-следственную связь «воздействие – отклик» в ансамблевой СПС, подверженной внешнему стимулированию. Под адекватностью здесь понимается способность рационально объяснять феномен в рамках информационной модели, а также прогнозировать его эволюцию.

Рассмотрим централизованно и равномерно стимулируемую (начиная с момента времени $t = 0$) ансамблевую СПС, состоящую из большого числа однородных объектов. Таковыми являются сети магазинов, бензоколонок, гостиниц, принадлежащих одному владельцу, учебных заведений, относящихся к одному министерству, однотипных заводов в государственной собственности и пр. Каждый из таких объектов будем характеризовать некоторым интегральным показателем качества x , принимающим числовое значение из некоторого интервала. Для определенности положим

$$0 \leq x \leq 4 \quad (1)$$

Качество объекта x в пределах $0 \leq x < 1$ считается «неудовлетворительным», в пределах $1 \leq x < 2$ считается «удовлетворительным», $2 \leq x < 3$ – «хорошим», $3 \leq x \leq 4$ – «отличным». Соответственно

интегральное качество такой ансамблевой СПС задается некоторой дифференциальной функцией распределения $f(x, t)$.

Изначально качество совокупной СПС характеризуется функцией $f(x, 0)$, которая впоследствии эволюционирует в силу задействованных стимулов. Феноменологически описанная ситуация сходна с рассматриваемой в физике кинетикой ансамбля микрочастиц, подверженного внешнему воздействию, поэтому допускает механистическую интерпретацию в рамках транспортного уравнения Больцмановского типа [6] для функции распределения $f(x, t)$:

$$\partial f(x, t) / \partial t = \Psi(f(x, t), x, t) + Q(x, t) \quad (2)$$

В уравнении (2) $\Psi(f(x, t), x, t)$ – некоторый интегро-дифференциальный оператор; $Q(x, t)$ – источник (сток) качества.

Вид оператора $\Psi(f(x, t), x, t)$ определяется свойствами элементов (в нашем случае СПС) и характером их взаимодействия, которым обычно придается вполне разумная интерпретация. Естественным способом сконструировать неизвестный в нашем случае эволюционный оператор $\Psi(f(x, t), x, t)$ представляется подбор структуры, обеспечивающей соответствие фактическим данным. Поэтому важной частью постановки подобных задач является «история наблюдений» за объектом. Чем объемней и надежней этот фрагмент информационной модели, тем больше шансов придать ей объясняющие и прогностические свойства.

Для надлежащей иллюстрации предлагаемой методики идентификации и прогнозирования стимулируемых ансамблевых СПС в табл. 1 приведены данные наблюдений за гипотетическим объектом в течение 8 периодов (лет), а также фактические данные за 9-й период (выделены жирным шрифтом), предназначенные для оценки достоверности прогноза.

Таблица 1

Эволюция четырехуровневой стимулируемой извне ансамблевой СПС

t	x, <x>			
	0 ≤ x < 1, 0.5	1 ≤ x < 2, 1.5	2 ≤ x < 3, 2.5	3 ≤ x ≤ 4, 3.5
0	0.6	0.25	0.1	0.05
1	0.4	0.4	0.15	0.05
2	0.3	0.4	0.2	0.1
3	0.2	0.3	0.3	0.2
4	0.15	0.25	0.35	0.25
5	0.1	0.2	0.37	0.33
6	0.1	0.15	0.35	0.4
7	0.07	0.13	0.33	0.47
8	0.07	0.10	0.35	0.48

Данные табл. 1 свидетельствуют о стимулированном переходе значительной части объектов из низших – в высшие категории. Начальное распределение объектов в «пространстве качества» похоже на убывающее экспоненциальное, которое с

течением времени трансформируется в возрастающее. Описанной эволюции соответствует следующий вариант транспортного уравнения (2):

$$\partial f(x, t) / \partial t = A \partial f(x, t) / \partial x + B \partial^2 f(x, t) / \partial x^2 + C e^{Bx} \int_0^4 f(x, t) dx \quad (3)$$

с начальным условием

$$f(x, 0) = \alpha / (1 - e^{-4\alpha}) \cdot e^{-\alpha x} \quad (4)$$

и принятой нормировкой

$$\int_0^4 f(x, t) dx = 1 \quad (5)$$

В уравнениях (3)-(4) A, B, C, α, β – числовые параметры модели.

Решением эволюционной задачи (3)-(5) служит

$$f(x, t) = \alpha / (1 - e^{-4\alpha}) \cdot e^{-\alpha x - \gamma t} + \beta / (e^{4\beta} - 1) \cdot e^{\beta x} \cdot (1 - e^{-\gamma t}) \quad (6)$$

где γ – параметр модели, отвечающий за скорость эволюции СПС к статистически лучшему состоянию.

Неизвестные априори и недоступные для непосредственных измерений числовые коэффициенты транспортного уравнения (3) несут следующий смысл: A – скорость инициированной извне трансформации функции распределения $f(x, t)$, направленной на ее улучшение в среднем; B – (в зависимости от знака) интенсивность размытия или, наоборот, сосредоточения $f(x, t)$, обусловленная свойствами отдельных объектов и их взаимодействием; C – показатель определенной консервативности системы. Однако существует практическая возможность определить параметры A, B, C модели, опираясь на данные наблюдений типа приведенных в табл. 1 и аналитическое решение (6) уравнений (3)-(5).

Можно строго доказать, что параметры A, B, C – с одной стороны, и α, β, γ – с другой, связаны соотношениями:

$$A = \gamma (1/\alpha - 1/\beta), B = -\gamma/(\alpha \cdot \beta), C = \gamma \cdot \beta / (e^{4\beta} - 1) \quad (7)$$

Здесь следует отметить, что в силу трансцендентности системы (7) невозможно записать ее решение относительно α, β, γ в явной форме. Однако

для полной идентификации модели (3)-(5) по данным табл. 1 этого и не требуется. Необходимо лишь определить параметры α, β, γ решения (6), минимизировав невязку

$$\Phi(\alpha, \beta, \gamma) = \sum [f(x_i, t_j, \alpha, \beta, \gamma) - f_{ij}^{\text{факт}}]^2 \rightarrow \min \quad (8)$$

В этой формуле подстрочные индексы i и j отвечают соответственно номерам столбцов и строк в табл. 1; $f_{ij}^{\text{факт}}$ – фактическое значение параметра f (табл. 1); $f(x_i, t_j, \alpha, \beta, \gamma)$ – расчетное значение f согласно (6); суммирование выполняется по всем $1 \leq i \leq 4$ и $1 \leq j \leq 8$. При вычислениях также полагается $x_i = i - 0.5$.

За оптимальные значения α, β, γ принимаются удовлетворяющие необходимому условию экстремума функции (9):

$$\{ \partial \Phi(\alpha, \beta, \gamma) / \partial \alpha = 0, \partial \Phi(\alpha, \beta, \gamma) / \partial \beta = 0, \partial \Phi(\alpha, \beta, \gamma) / \partial \gamma = 0 \} \quad (9)$$

Идентичного результата можно добиться, решив средствами вычислительного пакета, например, MathCAD, переопределенную систему уравнений:

$$\{ f(x_i, t_j, \alpha, \beta, \gamma) = f_{ij}^{\text{факт}}, 1 \leq i \leq 4, 1 \leq j \leq 8 \} \quad (10)$$

На основе вычисленных таким способом α, β, γ модель (3)-(5) полностью инициализируется посредством соотношений (7).

Идентификация модели (3)-(7) по данным табл. 1 сводится к следующему. Числовые коэффициенты модели равны: $\alpha = 0.775454$; $\beta = 0.33371$; $\gamma = 0.4488565$; $A = -0.766219$; $B = -1.7345318$; $C = 0.0535074$. Отрицательность величины A означает перенос объектов из худших категорий – в лучшие, а отрицательность B указывает на уплотнение группировки объектов в лучших категориях.

Важной характеристикой модели является ее близость к фактическим данным в локальном (величины максимальной и средней узловых погрешностей) и в глобальном (корреляция на рабочем полигоне) смысле. Соответствующие показатели сведены в табл. 2 и свидетельствуют о непригодности данной модели для прогнозирования эволюции СПС, заданной табл. 1.

Таблица 2

Показатели качества модели (3)-(7) применительно к аппроксимации данных табл. 1

Показатель	Средняя узловая погрешность	Максимальная узловая погрешность	Коэффициент корреляции
Значение	0.066	0.18	0.806

Альтернативной (3)-(5) формой модели, позволяющей регуляризовать данные табл. 1, представляется следующая:

$$\partial f(x, t) / \partial t = \alpha \partial f(x, t) / \partial x + \beta \partial^2 f(x, t) / \partial x^2 + \gamma t, \quad (11)$$

$$f(x, 0) = P + Qx + Rx^2. \quad (12)$$

Задача (11)-(12) имеет полиномиальное по $\{x, t\}$ аналитическое решение

$$f(x, t) = A + Bx + Ct + Dx^2 + Ext, \quad (13)$$

которое широко используется для аппроксимации эмпирических данных в технических и экономических приложениях. Подстановкой (13) в (11)-(12) выявляется связь между параметрами модели $\alpha, \beta, \gamma, P, Q, R$ с одной стороны и A, B, C, D, E – с другой:

$$A = -\frac{4\gamma}{3\alpha^2} - \frac{2\gamma\beta}{\alpha^3} + \frac{1}{4}, B = \frac{2}{\alpha^2} + \frac{\beta\gamma}{\alpha^3}, C = \frac{2\gamma}{\alpha}, D = -\frac{\gamma}{2\alpha^2}, E = -\frac{\gamma}{\alpha} \quad (14)$$

Инициализация модели (11)–(13) по данным табл. 1 дает следующие значения параметров: $\alpha = -1.6460227$; $\beta = 9.5154881$; $\gamma = 0.0779407$; $A = 0.5442408$; $B = -0.1087646$; $C = -0.0947018$; $D = -0.0143834$; $E = 0.0473509$. Им соответствуют аппроксимирующие свойства модели, приведенные в табл. 3.

Таблица 3

Показатели качества модели (11)-(14) применительно к аппроксимации данных табл. 1

Показатель	Средняя узловая погрешность	Максимальная узловая погрешность	Коэффициент корреляции
Значение	0.049	0.099	0.906

Хотя этот результат несколько лучше предыдущего (табл. 2), он все же не представляется удовлетворительным для сколь-нибудь надежного прогнозирования. Сказанное подтверждается следующими расчетами. Рассматриваются реалистичные данные мониторинга средних учебных заведений Ростовской области после запуска программы совершенствования качества школьной среды. В отличие от данных табл. 1 соответствующие функции

распределения $f(x, t)$ унимодальны с единственным максимумом при $0 \leq x \leq 4$. Оказывается, что эволюция таких распределений плохо описывается моделями (3)-(7) и (11)-(14). Соответствующие исходные данные и оценки погрешности их воспроизводства в рамках (3)-(7) и (11)-(14) приведены в табл. 4-13.

Таблица 4

Эволюция первого интегрального показателя качества школьной среды в Ростовской области после запуска стимулирующего проекта (по данным социально-психологического мониторинга обучающихся)

t	$x, < x >$			
	$0 \leq x < 1,$ 0.5	$1 \leq x < 2,$ 1.5	$2 \leq x < 3,$ 2.5	$3 \leq x \leq 4,$ 3.5
0	0.11	0.65	0.21	0.01
1	0.06	0.55	0.34	0.04
2	0.02	0.43	0.45	0.1
3	0.01	0.32	0.45	0.22

Таблица 5

Показатели качества модели (3)-(7) применительно к аппроксимации данных табл. 4

Показатель	Средняя узловая погрешность	Максимальная узловая погрешность	Коэффициент корреляции
Значение	0.182	0.385	0.641

Таблица 6

Показатели качества модели (11)-(14) применительно к аппроксимации данных табл. 4

Показатель	Средняя узловая погрешность	Максимальная узловая погрешность	Коэффициент корреляции
Значение	0.061	0.193	0.95

Таблица 7

Эволюция второго интегрального показателя качества школьной среды в Ростовской области после запуска стимулирующего проекта (по данным медицинского мониторинга обучающихся)

t	$x, < x >$			
	$0 \leq x < 1,$ 0.5	$1 \leq x < 2,$ 1.5	$2 \leq x < 3,$ 2.5	$3 \leq x \leq 4,$ 3.5
0	0.11	0.67	0.21	0.01
1	0.04	0.7	0.24	0.02
2	0.02	0.44	0.45	0.09
3	0.01	0.32	0.46	0.21

Таблица 8

Показатели качества модели (3)-(7) применительно к аппроксимации данных табл. 7

Показатель	Средняя узловая погрешность	Максимальная узловая погрешность	Коэффициент корреляции
Значение	0.192	0.452	0.603

Таблица 9

Показатели качества модели (11)-(14) применительно к аппроксимации данных табл. 7

Показатель	Средняя узловая погрешность	Максимальная узловая погрешность	Коэффициент корреляции
Значение	0.081	0.193	0.917

Как свидетельствуют представленные в табл. 4-9 данные, для прогнозирования динамики школьной среды модели (3)-(7) и (11)-(14) представляются абсолютно не пригодными. Поэтому рассмотрим еще две модели, описывающие движение и деформацию колоколообразной функции. В качестве решения эволюционного уравнения рассмотрим четыре варианта – два Гауссовы функции [7]

$$f(x, t, \alpha, \beta, \gamma, \delta) = \frac{e^{-\frac{|x-(\alpha+\beta t)|^2}{\gamma+\delta\sqrt{t}}}}{\int_0^4 e^{-\frac{|x-(\alpha+\beta t)|^2}{\gamma+\delta\sqrt{t}}} dx} \quad (15)$$

и

$$f(x, t, \alpha, \beta, \gamma, \delta) = \frac{e^{-\frac{(x-(\alpha+\beta t))^2}{|\gamma+\delta t|}}}{\int_0^4 e^{-\frac{(x-(\alpha+\beta t))^2}{|\gamma+\delta t|}} dx} \quad (16)$$

и два – функции типа Розина – Рамллера [8]

$$f(x, t, \alpha, \beta, \gamma, \delta) = \frac{3 \cdot \left[\frac{x - (\alpha + \beta t)}{\gamma + \delta t} \right]^2 e^{-\frac{|x-(\alpha+\beta t)|^3}{\gamma+\delta t}}}{(\gamma + \delta t) \cdot \left[e^{\frac{|\alpha+\beta t|^3}{\gamma+\delta t}} - e^{\frac{-4+\alpha+\beta t}{\gamma+\delta t}} \right]}, \quad x - (\alpha + \beta t) \geq 0, \quad \gamma + \delta t \geq 0 \quad (17)$$

и

$$f(x, t, \alpha, \beta, \gamma, \delta) = \frac{\left[\frac{x - (\alpha + \beta t)}{\gamma + \delta t} \right]^3 e^{-\frac{|x-(\alpha+\beta t)|^2}{\gamma+\delta t}}}{\int_0^4 \left[\frac{x - (\alpha + \beta t)}{\gamma + \delta t} \right]^3 e^{-\frac{|x-(\alpha+\beta t)|^2}{\gamma+\delta t}} dx}, \quad x - (\alpha + \beta t) \geq 0, \quad \gamma + \delta t \geq 0 \quad (18)$$

Соответствующие решениям (15)-(18) эволюционные уравнения типа (2) с надлежащими начальными условиями получаются путем их дифференцирования и агрегации, но не представляют для нас практической ценности и здесь не приводятся. Естественно также, что входящие в формулы в (15)-(18) параметры $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ различны. Их значения для фактических данных табл. 4 и табл. 7 собраны в табл. 10-11.

Таблица 10

Параметры аппроксимации данных табл. 4 посредством моделей (15)-(18)

Показатель	α	β	γ	δ
Согласно (15)	1.59033	0.23974	0.8347	0.17131
Согласно (16)	1.58952	0.24151	0.69836	0.225
Согласно (17)	0.02623	0.03526	1.75528	0.24699
Согласно (18)	-005208	0.04839	1.24609	0.17213

Таблица 11

Параметры аппроксимации данных табл. 7 посредством моделей (15)-(18)

Показатель	α	β	γ	δ
Согласно (15)	1.5107	0.24392	0.80348	0.11618
Согласно (16)	1.421	0.291	0.668	0.155
Согласно (17)	0.04624	0.07012	1.6425	0.21582
Согласно (18)	-0.01038	0.08921	1.13991	0.15345

Применительно к данным табл. 4 и табл. 7 эти регуляризующие зависимости неравноценные. Об их аппроксимирующих свойствах позволяют судить данные табл. 10-11.

Таблица 12

Сравнительная эффективность аппроксимации данных табл. 4 посредством моделей (15)-(18)

Показатель	Средняя узловая погрешность	Максимальная узловая погрешность	Коэффициент корреляции
Согласно (15)	0.023	0.052	0.994
Согласно (16)	0.021	0.43	0.996
Согласно (17)	0.014	0.028	0.998
Согласно (18)	0.0103	0.018	0.999

Таблица 13

Сравнительная эффективность аппроксимации данных табл. 7 посредством моделей (15)-(18)

Показатель	Средняя узловая погрешность	Максимальная узловая погрешность	Коэффициент корреляции
Согласно (15)	0.042	0.092	0.981
Согласно (16)	0.037	0.088	0.985
Согласно (17)	0.033	0.108	0.987
Согласно (18)	0.027	0.086	0.991

Данные табл. 11-12 свидетельствуют об отличном качестве аппроксимации фактических данных табл. 4 и табл. 7 моделью (18) с надлежаще подобранными коэффициентами, что позволяет в принципе использовать ее для краткосрочного прогнозирования. Качество аппроксимации данных табл. 4 моделью (18) наглядно представлено рисунками 1-2, которые подтверждают великолепное согласие модели и фактических данных – как качественное, так и количественное. Несколько худшую результативность модель (18) демонстрирует применительно к данным табл. 7, что можно объяснить как спецификой второго интегрального показателя, так и менее аккуратным его анализом в процессе оценивания и агрегации соответствующих данных.

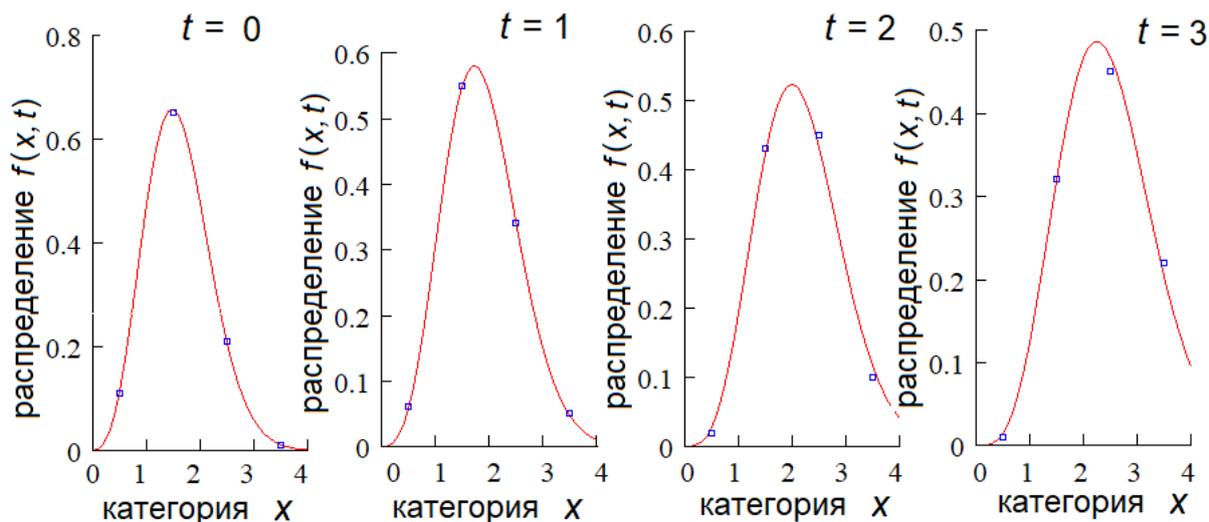


Рис. 1. Соответствие модели (18) с коэффициентами табл. 10 данным табл. 4 в различные моменты времени: маркеры – фактические данные; сплошная линия – модельная кривая Розина – Раммлера

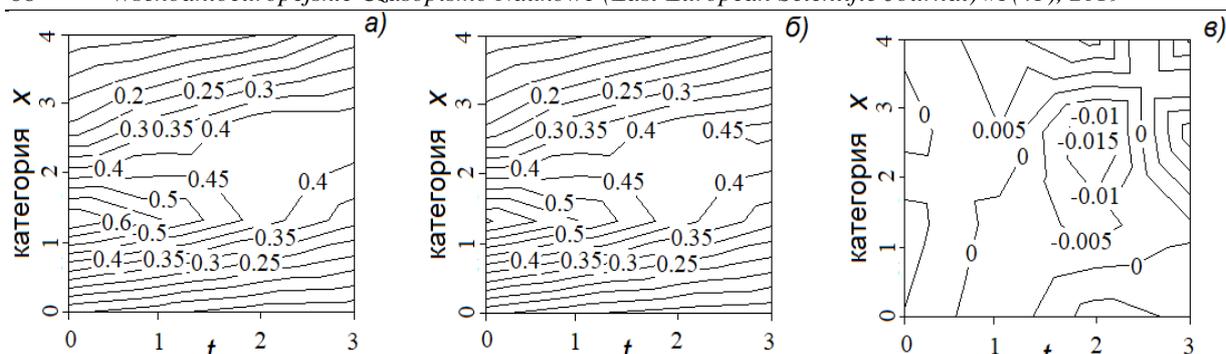


Рис. 2. Сопоставление модели (18) с коэффициентами табл. 10 и данных табл. 4:
 а – фактические линии уровня; б – линии уровня согласно модельной кривой Розина – Раммлера;
 в – линии уровня, отвечающие локальной погрешности модели

Возвращаясь к прогнозированию, отметим, что под краткосрочностью прогноза нами подразумевается малость предсказательного горизонта по сравнению с периодом наблюдений, на основании которого инициализировалась модель (18). В частности, трехлетние наблюдения за СПС с динамикой типа отображенной в табл. 4 и табл. 7 позволяют прогнозировать на один временной интервал (в данном случае год), четырех/пятилетние – на два, десятилетние – на три. Погрешность прогноза при этом, вероятно, не превысит N -кратной погрешности аппроксимации моделью (18) данных табл. 4 и табл. 7 соответственно, где N – дальность прогноза.

Оценим прогностические возможности модели (18) применительно к данным табл. 4 следующим способом. Инициализацию модели выполним по данным за первые три периода наблюдений. Затем на основании модели рассчитаем распределение объектов по группам на четвертый период $f(x, 3.5)$. Отличие результата от известных данных за этот период (последняя строка в табл. 4) логично трактовать как погрешность прогнозирования. Результаты соответствующих вычислений приведены в табл. 14-15.

Таблица 14

Прогнозное значение первого интегрального показателя качества школьной среды на четвертый год регионального проекта согласно модели (18) и данных трехлетних наблюдений за предшествующие три года табл. 4 (по данным социально-психологического мониторинга обучающихся)

t	$x, \langle x \rangle$			
	$0 \leq x < 1,$ 0.5	$1 \leq x < 2,$ 1.5	$2 \leq x < 3,$ 2.5	$3 \leq x < 4,$ 3.5
Прогноз	0.006	0.319	0.489	0.192
Фактически	0.01	0.32	0.45	0.22
Погрешность	0.004	0.001	0.039	0.028

Эти данные свидетельствуют о приемлемом качестве краткосрочного прогноза на основе модели (18) с коэффициентами из табл. 10. Здесь следует также отметить устойчивость предлагаемой модели по отношению к увеличивающемуся объему исходной информации (табл. 15-16). Данное качество принципиально важно и обеспечивается соответствием эволюционного характера модели и имитируемой СПС.

Таблица 15

Коэффициенты модели (18) при инициализации по трем первым и четырем строкам табл. 4

Показатель	α	β	γ	δ
Согласно первым трем строкам (18)	-0.06235	0.09116	1.25841	0.13429
Согласно всем строкам (18)	-0.05208	0.04839	1.24609	0.17213

Таблица 16

Сравнительная погрешность модели (18) при инициализации по трем первым и четырем строкам табл. 4 при оценке первого интегрального показателя в период с первого до четвертого срока включительно

Показатель	Средняя узловая погрешность	Максимальная узловая погрешность	Коэффициент корреляции
Согласно первым трем строкам (18)	0.008	0.039	0.999
Согласно всем строкам (18)	0.0103	0.018	0.999

Проведенные выше оценки прогностических свойств модели (18) позволяет на ее основе спрогнозировать динамику СПС, заданную табл. 4 на два периода. Соответствующие оценки сведены в табл. 17. Там же указаны вероятная и (в скобках) максимальная погрешность прогноза.

Таблица 17

Прогноз эволюции СПС табл. 4 согласно модели (18) на два стандартных периода

t	x, <x>			
	0 ≤ x < 1, 0.5	1 ≤ x < 2, 1.5	2 ≤ x < 3, 2.5	3 ≤ x ≤ 4, 3.5
0	0.11	0.65	0.21	0.01
1	0.06	0.55	0.34	0.04
2	0.02	0.43	0.45	0.1
3	0.01	0.32	0.45	0.22
4	0.002 ± 0.01(0.04)	0.229 ± 0.01(0.04)	0.494 ± 0.01(0.04)	0.285 ± 0.01(0.04)
5	0.0002 ± 0.02(0.08)	0.163 ± 0.02(0.08)	0.475 ± 0.02(0.08)	0.376 ± 0.02(0.08)

Итоги выполненной работы можно сформулировать следующим образом. Проанализированы несколько вариантов аппроксимации эволюционной динамики СПС посредством решений транспортного уравнения больцмановского типа. Установлено, что конкретный вид такого уравнения следует подбирать, учитывая специфику конкретных СПС. Применительно к интересующим авторов объектам эволюционные модели экспоненциального и полиномиального типов демонстрируют абсолютную непригодность не только для уверенного прогнозирования, но и даже для приемлемо надежного описания наблюдений. Модели гауссова типа оказываются в нашем случае более робастными, но и они не идеальны для прогнозирования интересующих нас СПС. Уверенное лидерство в качестве средств описания и прогнозирования системной динамики подобных объектов заняли модели на основе распределений Розина – Раммлера, которые обеспечили высококачественное описание и прогнозирование динамики СПС выбранного класса по данным предварительного мониторинга.

Список первоисточников

1. Клопченко В.С. Методология и теория прогнозирования в образовании (Часть I-II): монография. – М.: Изд-во «МПА-ПРЕСС», 2006г. – 187 (175) с.
2. Милованов В.П. Неравновесные социально-экономические системы: синергетика и самоорганизация. – М.: Эдиториал УРСС, 2001. – 264 с.
3. Крылов В.Ю., Морозов Ю.И. Кибернетические модели и психология: монография – М.: Наука, 1984. – 176 с.
4. Глушков В.М., Иванов В.В., Яненко В.М. Моделирование развивающихся систем. - М.: Наука, ФИЗМАТЛИТ, 1983. – 351 с.
5. Математика в социологии: моделирование и обработка информации. – М.: Мир, 1977. – 551с.
6. Черчиньяни К. Теория и приложения уравнения Больцмана. – М.: Мир, 1978. – 495 с.
7. Под ред. В. Э. Фигурнова. Статистический анализ данных на компьютере – М.: ИНФРА-М, 1998. – 528 с.
8. Rosin, P., and Rammler E. The law governing the fineness of powdered coal // Journal Inst. Fuel (1933). – Vol. 7, pp. 29-36, and discussion, pp. 109-122.

#5 (45), 2019 część 3
Wschodnioeuropejskie Czasopismo Naukowe
(Warszawa, Polska)
Czasopismo jest zarejestrowane i publikowane w Polsce. W czasopiśmie publikowane są artykuły ze wszystkich dziedzin naukowych. Czasopismo publikowane jest w języku polskim, angielskim, niemieckim i rosyjskim.

Artykuły przyjmowane są do dnia 30 każdego miesiąca.

Częstotliwość: 12 wydań rocznie.

Format - A4, kolorowy druk

Wszystkie artykuły są recenzowane

Każdy autor otrzymuje jeden bezpłatny egzemplarz czasopisma.

Bezpłatny dostęp do wersji elektronicznej czasopisma.

Zespół redakcyjny

Redaktor naczelny - Adam Barczuk

Mikołaj Wiśniewski

Szymon Andrzejewski

Dominik Makowski

Paweł Lewandowski

Rada naukowa

Adam Nowicki (Uniwersytet Warszawski)

Michał Adamczyk (Instytut Stosunków Międzynarodowych)

Peter Cohan (Princeton University)

Mateusz Jabłoński (Politechnika Krakowska im. Tadeusza Kościuszki)

Piotr Michalak (Uniwersytet Warszawski)

Jerzy Czarnecki (Uniwersytet Jagielloński)

Kolub Frennen (University of Tübingen)

Bartosz Wysocki (Instytut Stosunków Międzynarodowych)

Patrick O'Connell (Paris IV Sorbonne)

Maciej Kaczmarczyk (Uniwersytet Warszawski)

Dawid Kowalik (Politechnika Krakowska im. Tadeusza Kościuszki)

Peter Clarkwood (University College London)

#5 (45), 2019 part 3
East European Scientific Journal
(Warsaw, Poland)
The journal is registered and published in Poland. The journal is registered and published in Poland. Articles in all spheres of sciences are published in the journal. Journal is published in **English, German, Polish and Russian.**

Articles are accepted till the 30th day of each month.

Periodicity: 12 issues per year.

Format - A4, color printing

All articles are reviewed

Each author receives one free printed copy of the journal

Free access to the electronic version of journal

Editorial

Editor in chief - Adam Barczuk

Mikołaj Wiśniewski

Szymon Andrzejewski

Dominik Makowski

Paweł Lewandowski

The scientific council

Adam Nowicki (Uniwersytet Warszawski)

Michał Adamczyk (Instytut Stosunków Międzynarodowych)

Peter Cohan (Princeton University)

Mateusz Jabłoński (Politechnika Krakowska im. Tadeusza Kościuszki)

Piotr Michalak (Uniwersytet Warszawski)

Jerzy Czarnecki (Uniwersytet Jagielloński)

Kolub Frennen (University of Tübingen)

Bartosz Wysocki (Instytut Stosunków Międzynarodowych)

Patrick O'Connell (Paris IV Sorbonne)

Maciej Kaczmarczyk (Uniwersytet Warszawski)

Dawid Kowalik (Politechnika Krakowska im. Tadeusza Kościuszki)

Peter Clarkwood (University College London)

Igor Dzedzic (Polska Akademia Nauk)
Alexander Klimek (Polska Akademia Nauk)
Alexander Rogowski (Uniwersytet Jagielloński)
Kehan Schreiner(Hebrew University)
Bartosz Mazurkiewicz (Politechnika Krakowska im. Tadeusza Kościuszki)
Anthony Maverick(Bar-Ilan University)
Mikołaj Żukowski (Uniwersytet Warszawski)
Mateusz Marszałek (Uniwersytet Jagielloński)
Szymon Matysiak (Polska Akademia Nauk)
Michał Niewiadomski (Instytut Stosunków Międzynarodowych)
Redaktor naczelny - Adam Barczuk

1000 kopii.

Wydrukowano w «Aleje Jerozolimskie 85/21, 02-001 Warszawa, Polska»

Wschodnioeuropejskie Czasopismo Naukowe

Aleje Jerozolimskie 85/21, 02-001
Warszawa, Polska

E-mail: info@eesa-journal.com ,

<http://eesa-journal.com/>

Igor Dzedzic (Polska Akademia Nauk)
Alexander Klimek (Polska Akademia Nauk)
Alexander Rogowski (Uniwersytet Jagielloński)
Kehan Schreiner(Hebrew University)
Bartosz Mazurkiewicz (Politechnika Krakowska im. Tadeusza Kościuszki)
Anthony Maverick(Bar-Ilan University)
Mikołaj Żukowski (Uniwersytet Warszawski)
Mateusz Marszałek (Uniwersytet Jagielloński)
Szymon Matysiak (Polska Akademia Nauk)
Michał Niewiadomski (Instytut Stosunków Międzynarodowych)
Editor in chief - Adam Barczuk

1000 copies.

Printed in the "Jerozolimskie 85/21, 02-001 Warsaw, Poland»

East European Scientific Journal

Jerozolimskie 85/21, 02-001 Warsaw, Poland

E-mail: info@eesa-journal.com ,

<http://eesa-journal.com>